Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΟΥ ΔΑΣΚΑΛΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΜΠΛΟΚΗ ΤΟΥ ΣΤΗΝ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΚΑΙ ΧΡΗΣΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΙΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Μαρκόπουλος Χρήστος, Πανεπιστήμιο Πατρών, cmarkopl@upatras.gr
Πόταρη Δέσποινα, Πανεπιστήμιο Πατρών, potari@upatras.gr

Λέξεις Κλειδιά: Γεωμετρία, εξέλιξη του δασκάλου, έρευνα στην τάξη.
Θέμα: Διδακτική των Μαθηματικών: έρευνα στη σχολική τάξη, εξέλιξη δασκάλου.
Επίπεδο Εκπαίδευσης: Μεταδευτεροβάθμια.
Κατηγορία εργασίας: Ανίχνευση, μελέτη περίπτωσης.

Περίληψη

Η εργασία αναφέρεται στην εμπλοκή ενός δασκάλου της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης σε ένα ερευνητικό πρόγραμμα. Μελετάται η εξέλιξη του δασκάλου σε σχέση με το όλο περιβάλλον που αναπτύσσεται. Συγκεκριμένα προσδιορίζουμε το διδακτικό προφίλ του δασκάλου, αναλύουμε τις ενέργειες του όταν χρησιμοποιεί τα ερευνητικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν και αφορούν στις αναπαραστάσεις των στερεών στο επίπεδο, και εντοπίζουμε τυχόν αλλαγές. Από την ανάλυση φαίνεται ότι ο δάσκαλος αρχίζει να ερευνά και να αξιοποιεί πιο συστηματικά τις αντιλήψεις των μαθητών υιοθετώντας το ρόλο δασκάλου – ερευνητή. Τέλος αναδεικνύονται τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος που επηρεάζουν μια τέτοια εξέλιξη.

Abstract

This study focuses on a primary school teacher's involvement in a research project. Teachers' development is studied in relation to the whole environment that is created. In particular, we identify teacher's teaching style, we analyze his actions while using the developed research materials concerning the 2-d representations of solids and we explore possible changes. The teachers starts to investigate and consider children's conceptions in his teaching more systematically adopting a role of teacher as a researcher. Finally, we discuss the characteristics of this environment that supports such a development.

Εισαγωγή

Διάφορα μοντέλα συνεργασίας ανάμεσα σε δασκάλους και ερευνητές έχουν αναπτυχθεί με στόχο τη μελέτη της σχολικής τάξης. Ο Wagner (1997) διακρίνει τρία είδη "συμφωνιών" ανάμεσα στο δάσκαλο και στον ερευνητή, τη συμφωνία για συλλογή δεδομένων (data-extraction agreement), την κλινική συνεργασία (clinical partnership) και τη συμφωνία για από κοινού μάθηση (co-learning agreement). Στις περιπτώσεις αυτές ο ερευνητής θέλοντας να απαντήσει στα ερευνητικά του ερωτήματα, εμπλέκει με κάποιο τρόπο το δάσκαλο. Ο τρόπος συμμετοχής του δασκάλου ποικίλει από καταστάσεις όπου ο δάσκαλος κάνει το συνηθισμένο του μάθημα και ο ερευνητής παρατηρεί, εντοπίζει και ερμηνεύει τα διδακτικά φαινόμενα, σε καταστάσεις όπου ερευνητής και δάσκαλος μαζί σχεδιάζουν από κοινού την έρευνα.

Οι έρευνες αυτές που στοχεύουν στην διερεύνηση της μάθησης στο περιβάλλον της σχολικής τάξης, ο δάσκαλος δεν είναι το κύριο αντικείμενο μελέτης αλλά οι ενέργειες του μπορούν να μελετηθούν ως ένα από τα στοιχεία που συνθέτουν το περιβάλλον διδασκαλίας και μάθησης (Cobb,Wood and Yackel, 1990). Η μελέτη της εξέλιξης του δασκάλου μέσα από τη συνεργασία του με τον ερευνητή αποτελεί παρόλα αυτά μια ερευνητική περιοχή που απασχολεί έντονα το χώρο της Διδακτικής των Μαθηματικών. Τέτοιες έρευνες αναφέρονται στη μελέτη της εξέλιξης του δασκάλου είτε μέσα από κάποιο συγκεκριμένο πρόγραμμα που παρακολουθεί (Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang & Loef, 1989) είτε μέσα από το συνεχή αναστοχασμό των διδακτικών του ενεργειών. Ιδιαίτερα στην τελευταία κατηγορία ο ερευνητής προκαλεί και ενθαρρύνει τον αναστοχασμό αυτό (Jaworski, 1998; Jaworski & Potari, 1998). Στα παραδείγματα ερευνών όπου ο δάσκαλος μαζί με τον ερευνητή μελετούν την διαδικασία ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης των μαθητών, το μαθηματικό αντικείμενο στην περίπτωση της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης είναι κύρια η περιοχή της αριθμητικής. Ο χώρος της Γεωμετρίας και ειδικότερα η μελέτη των στερεών δεν φαίνεται να έχει αντιμετωπισθεί μέσα από τέτοιου είδους συνεργασίες.

Στην εργασία αυτή θα μελετήσουμε την εξέλιξη ενός δασκάλου της ΣΤ' Δημοτικού μέσα από τη συμμετοχή του σε ένα ερευνητικό πρόγραμμα που έχει ως στόχο τη διερεύνηση της μαθηματικής σκέψης των μαθητών σχετικά με τα στερεά και τις ιδιότητές τους με τη χρήση δυναμικών περιβαλλόντων μάθησης. Ο δάσκαλος συνεργάζεται με τον ερευνητή και χρησιμοποιεί στην τάξη του στα πλαίσια του ωρολογίου προγράμματος, υλικά που έχει αναπτύξει ο ερευνητής. Αυτή η συνεργασία θα μπορούσε ίσως να χαρακτηριστεί ότι κινείται ανάμεσα στο δεύτερο και στο τρίτο μοντέλο του Wagner καθώς τόσο η εμπλοκή του δασκάλου και του ερευνητή εξελίσσεται ανάλογα με τις υπάρχουσες συνθήκες και τους εκάστοτε στόχους που διαμορφώνονται.

Ειδικότερα στην εργασία εστιάζουμε:

- στη μορφή επικοινωνίας που αναπτύσσεται ανάμεσα στο δάσκαλο και στον ερευνητή στις διάφορες φάσεις της έρευνας.
- στις ενέργειες του δασκάλου κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας του στα πλαίσια της έρευνας.
- στις αλλαγές που παρατηρούνται στο τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζει ο δάσκαλος τη τάξη του.

Η φιλοσοφία της έρευνας

Η παρούσα εργασία αποτελεί μέρος ενός προγράμματος το οποίο μελετά το ρόλο των δυναμικών μεταβολών στην διδασκαλία και μάθηση των γεωμετρικών στερεών και των ιδιοτήτων τους. Δυναμική μεταβολή ενός γεωμετρικού στερεού θεωρούμε τη διαδικασία όπου το στερεό αλλάζει τη μορφή του μέσα από την τροποποίηση κάποιων στοιχείων του και τη διατήρηση κάποιων άλλων. Κάτω από αυτή τη φιλοσοφία, αναπτύχθηκαν υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στην τάξη. Αυτό το περιβάλλον μάθησης που δημιουργείται, φαίνεται ότι οδηγεί τους μαθητές να κατανοήσουν τη σχέση ανάμεσα στη μορφή του στερεού και των ιδιοτήτων του καθώς και να οδηγηθούν σε ιεραρχικές σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά στερεά (Markopoulos & Potari, 1999; Μαρκόπουλος & Πόταρη, 1999). Σ' αυτή την έρευνα συμμετείχαν 6 δάσκαλοι της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, τρεις της Δ΄ τάξης και τρεις της ΣΤ΄ τάξης του Δημοτικού Σχολείου. Στην προσπάθειά μας να μελετήσουμε τα φαινόμενα διδασκαλίας και μάθησης όπως παρουσιάζονται σε μια πραγματική κατάσταση, ήταν απαραίτητη η εμπλοκή του ίδιου του δασκάλου. Παρόλο που ο δάσκαλος δεν ήταν το κύριο αντικείμενο μελέτης στον αρχικό σχεδιασμό της έρευνας μας, η ανάγκη ενεργοποίησης των μαθητών, η διερεύνηση των αντιλήψεών τους και η προσπάθεια για εννοιολογική αλλαγή απαιτούσε ένα δάσκαλο - ερευνητή (Cobb & Steffe, 1983). Όλοι οι δάσκαλοι που συμμετείχαν στην έρευνα δεν κατάφεραν να υιοθετήσουν ένα τέτοιο ρόλο καθώς αυτή η προσαρμογή απαιτούσε τόσο αλλαγή αντιλήψεων όσο και αλλαγή καθιερωμένων πρακτικών. Ο δάσκαλος που μελετάμε στην εργασία αυτή θεωρούμε ότι κατορθώνει να γίνει συν-ερευνητής.

Η διαδικασία της έρευνας

Η κυρίως έρευνα διήρκησε ένα διδακτικό έτος όπου ο ένας από τους ερευνητές με τη συχνή παρουσία του στο σχολείο και τη συμμετοχή του στις διάφορες σχολικές δραστηριότητες αντιμετωπίσθηκε ως άτομο του σχολικού περιβάλλοντος. Η αρχική φάση ήταν μια εθνογραφική παρατήρηση με στόχο τη μελέτη και ανάλυση του διδακτικού περιβάλλοντος της κάθε σχολικής τάξης. Η εθνογραφική παρατήρηση του περιβάλλοντος της σχολικής τάξης κρίνεται ως το κατάλληλο ερευνητικό εργαλείο προκειμένου να συλλέξει ο ερευνητής όλα τα απαραίτητα στοιχεία που θα τον οδηγήσουν στην ανάλυση των χαρακτηριστικών που συνθέτουν το περιβάλλον αυτό (Eisenhart, 1988). Έτσι σκιαγραφήσαμε το διδακτικό προφίλ των δασκάλων, τις γνωστικές ικανότητες των μαθητών, τους "κανόνες" που επικρατούσαν στη σχολική τάξη. Μέσα από την εξοικείωσή μας με το περιβάλλον αναπτύξαμε μια σχέση επικοινωνίας με τους δασκάλους και τους μαθητές. Στη διάρκεια αυτής της φάσης, αρχίσαμε να συζητάμε με τους δασκάλους για τα υλικά που αναπτύχθηκαν, για τους στόχους μας, για τη δυνατότητα ένταξης της έρευνας στο αναλυτικό πρόγραμμα. Στην πορεία αυτής της επικοινωνίας, οι στόχοι του δασκάλου και του ερευνητή άρχισαν να συγκλίνουν.

Στην επόμενη φάση, έγινε η χρήση των διδακτικών εργαλείων από τους δασκάλους όπου ο ρόλος του ερευνητή ρυθμιζόταν από το βαθμό συμμετοχής του δασκάλου. Στο δάσκαλο που αναφερόμαστε ο ερευνητής παρατηρεί και συμμετέχει στην τάξη του κάνοντας κάποιες παρεμβάσεις με τις ερωτήσεις του στους μαθητές όταν κρίνει απαραίτητο. Οι παρεμβάσεις του αυτές δεν είναι συχνές αλλά γίνονται κύρια όταν θέλει να εμβαθύνει και να δώσει απαντήσεις στις εκάστοτε ερευνητικές υποθέσεις του. Πριν από τη διδασκαλία ο δάσκαλος και ο ερευνητής ανταλλάσσουν απόψεις σχετικά με το σχεδιασμό της διδασκαλίας τους, με τους στόχους τους και με τις αναμενόμενες ενέργειες των μαθητών. Μετά τη διδασκαλία συζητούν και αναστοχάζονται πάνω στις ενέργειες τόσο των ίδιων όσο και των μαθητών τους.

Αποτελέσματα

Στην ανάλυση που ακολουθεί παρουσιάζεται το διδακτικό προφίλ του δασκάλου όπως εντοπίζεται στην πρώτη φάση της έρευνας. Στόχος είναι να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε πιθανές αλλαγές στην διδασκαλία του κατά την διάρκεια της εμπλοκής του στην ερευνητική διαδικασία. Στη συνέχεια, μέσα από την οργάνωση και την πραγματοποίηση ενός διδακτικού επεισοδίου, εστιάζουμε στην πιθανή εξέλιξη του δασκάλου μέσα από την αλληλεπίδραση του με τον ερευνητή και τη χρήση των ερευνητικών εργαλείων. Το διδακτικό επεισόδιο που αναλύουμε είναι ένα από τα τελευταία επεισόδια όπου ο δάσκαλος εφάρμοσε τα ερευνητικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν. Επιλέξαμε αυτό το επεισόδιο γιατί θεωρούμε ότι είναι χαρακτηριστικό της συμπεριφοράς του δασκάλου κατά την ολοκλήρωση της ερευνητικής διαδικασίας.

Προσδιορισμός του διδακτικού προφίλ του δασκάλου

Η αλληλεπίδραση μεταξύ του ερευνητή και του δασκάλου ήταν καθοριστική στη σκιαγράφηση του διδακτικού του προφίλ και στην εμπλοκή του στην ερευνητική διαδικασία. Στόχος του ερευνητή ήταν να εντοπίσει τις διδακτικές πρακτικές του δασκάλου στη σχολική τάξη και να καταφέρει να τον εμπλέξει ενεργά στην ερευνητική διαδικασία. Η συμμετοχή του ερευνητή ως απλού παρατηρητή στη σχολική διαδικασία του δίνει τη δυνατότητα να καταγράψει τις ενέργειες του δασκάλου, το είδος της επικοινωνίας που αναπτύσσεται με τους μαθητές και τη γενικότερη στάση του απέναντι στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών εννοιών. Ο εντοπισμός και η καταγραφή των

παραπάνω στοιχείων, βέβαια, απαιτεί την εθνογραφική μελέτη της σχολικής τάξης σε μια σειρά από διδακτικές προσεγγίσεις, προκειμένου να αποφευχθεί ο πιθανός κίνδυνος παρερμηνειών μιας αποσπασματικής μελέτης που θα οδηγούσε σε λανθασμένα ερευνητικά συμπεράσματα. Η περαιτέρω ανάλυση και ερμηνεία των στοιχείων αυτών προϋποθέτει την καταγραφή όχι μόνο της προσωπικής αντίληψης του δασκάλου για τους συγκεκριμένους μαθητές και για το γενικότερο μαθησιακό πλαίσιο του αναλυτικού προγράμματος, αλλά και των προηγούμενων διδακτικών και ερευνητικών του εμπειριών. Επιπλέον, το στάδιο της σκιαγράφησης του διδακτικού προφίλ του δασκάλου μολονότι αποτελεί μια χρονοβόρα διαδικασία, κρίνεται απαραίτητο για την περαιτέρω εμπλοκή του δασκάλου στην ερευνητική διαδικασία. Η εμπλοκή του δασκάλου προϋποθέτει, βέβαια, την πιθανή προσαρμογή των διδακτικών πρακτικών στη φιλοσοφία της ερευνητικής προσέγγισης και η καταγραφή τους αυτή δίνει στον ερευνητή τη δυνατότητα να παρακολουθήσει την εξέλιξή τους.

Παρατηρώντας λοιπόν το περιβάλλον της σχολικής τάξης κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών εννοιών μέσα στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος παρατηρούμε ότι ο δάσκαλος επικεντρώνεται κυρίως στην εφαρμογή της διδακτικής προσέγγισης και των διδακτικών δραστηριοτήτων που αναφέρονται στο σχολικό εγχειρίδιο. Η υιοθέτηση της προτεινόμενης διδακτικής προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών είναι συνειδητή από το δάσκαλο όχι εξαιτίας της έλλειψης εναλλακτικών προσεγγίσεων αλλά κυρίως λόγω των χρονικών περιορισμών που τίθενται από το εκπαιδευτικό σύστημα. Παρ' όλα αυτά, οι παρεμβάσεις του και η προσαρμογή της πορείας του αναλυτικού προγράμματος στις ανάγκες του συγκεκριμένου μαθησιακού περιβάλλοντος είναι εμφανείς. Ο δάσκαλος υποστηρίζει ότι είναι αδύνατον για τους συγκεκριμένους μαθητές στο σύνολο τους να ακολουθήσουν την πορεία διδασκαλίας των μαθηματικών εννοιών που προτείνεται από το πρόγραμμα. Έχοντας διαγνώσει συγκεκριμένες δυσκολίες των μαθητών πάνω σε κάποιες μαθηματικές δεξιότητες που είναι απαραίτητες για την προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών που διδάσκονται επιλέγει να μην προσεγγίζει, στο βαθμό που προτείνεται, τις έννοιες αυτές. Αντίθετα, λαμβάνοντας υπόψη τις δυνατότητες των συγκεκριμένων μαθητών προσπαθεί να προσαρμόσει τις δραστηριότητες, ώστε να φθάσουν σε ένα ικανοποιητικό επίπεδο κατανόησης οι περισσότεροι μαθητές, ενώ παράλληλα εμβαθύνει και αναλύει τις έννοιες με στόχο την εξέλιξη της σκέψης των ικανότερων. Πιο συγκεκριμένα, η αντιμετώπιση των μαθηματικών εννοιών που εμφανίζονται στο αναλυτικό πρόγραμμα της Στ΄ δημοτικού προϋποθέτει τη σχεδόν τέλεια χρήση των δεξιοτήτων των τεσσάρων πράξεων από τους μαθητές. Η αδυναμία όμως των συγκεκριμένων μαθητών σ' αυτές τις δεξιότητες αναγκάζει το δάσκαλο να προσαρμόσει τις δραστηριότητες στις συγκεκριμένες ανάγκες και να επικεντρώσει στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και όχι στη σωστή εφαρμογή των αλγορίθμων των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων. Έτσι, για παράδειγμα, στην επίλυση προβλημάτων δίνει έμφαση στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και όχι στη σωστή εφαρμογή των μαθηματικών δεξιοτήτων. Ο δάσκαλος κρίνοντας το προτεινόμενο αναλυτικό πρόγραμμα τονίζει ότι επικεντρώνει στην εκμάθηση των υπολογιστικών μεθόδων, ενώ δεν υπάρχει ο κατάλληλος χρόνος να αναπτυχθεί η μαθηματική σκέψη των μαθητών. "Με το αναλυτικό πρόγραμμα δεν αναπτύσσεται η μαθηματική σκέψη των μαθητών. Τα παιδιά δε βασίζονται στη διαισθητική τους σκέψη αλλά σε τύπους και φορμαλισμούς που προσπαθούν να ανακαλέσουν". Επιπλέον ο δάσκαλος δίνει έμφαση στο να εκφράζουν και να αιτιολογούν οι μαθητές τις απόψεις τους προκειμένου να αντιληφθεί το βαθμό κατανόησης αλλά και τυχόν παρανοήσεις τους. Διατυπώνει ερωτήσεις του τύπου όπως "Γιατί το λες αυτό;", "Εξήγησε το και στους συμμαθητές σου.", "Πώς το βρήκες;", "Μπορείς να μας περιγράψεις πως το σκέφτηκες;". Δεν επιζητά μέσα από τις ερωτήσεις που θέτει τη "σωστή" και μοναδική απάντηση αν και σε αρκετές περιπτώσεις αναζητά από τους μαθητές την υιοθέτηση μιας συγκεκριμένης προσέγγισης επίλυσης.

Είναι σημαντικό βέβαια στην ανάλυση της στάσης του δασκάλου να λάβουμε υπόψη και τις προηγούμενες εμπειρίες του. Στο παρελθόν είχε την ευκαιρία να συμμετάσχει σε αρκετά ερευνητικά προγράμματα και μάλιστα κάποια από αυτά με αντικείμενο τα μαθηματικά. Την ίδια χρονική περίοδο που συμμετείχε στην συγκεκριμένη έρευνα, συμμετείχε και σε ένα ερευνητικό πρόγραμμα Ενισχυτικής Διδασκαλίας. Η διδακτική του εμπειρία είναι πολυετής με αρκετά χρόνια σε κεντρικά Δημοτικά σχολεία της περιοχής των Αθηνών. Τα τελευταία χρόνια διδάσκει σε δημοτικό σχολείο της πόλης των Πατρών. Στη συγκεκριμένη τάξη διδάσκει τα τρία τελευταία χρόνια. Έτσι, ο δάσκαλος έχει αναπτύξει μια θετική στάση απέναντι στην εφαρμογή ερευνητικών καταστάσεων στη σχολική τάξη. Επίσης αξιοσημείωτη είναι και η αποδοχή των συνάδελφών του σχετικά με τη χρήση των νέων τεχνολογιών μιας και είναι ο μόνος χρήστης του ηλεκτρονικού υπολογιστή που διαθέτει το σχολείο. Έτσι, ο δάσκαλος δέχθηκε να συμμετέχει στην ερευνητική διαδικασία, ήταν συνεργάσιμος και η επικοινωνία του με τον ερευνητή ήταν ουσιαστική.

Η οργάνωση ενός διδακτικού επεισοδίου

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα ο ρόλος του δασκάλου είναι κυρίαρχος στον καθορισμό και στην εξέλιξη της δραστηριότητας ενώ ο ρόλος του ερευνητή περιορίζεται στη συμμετοχική παρατήρηση. Όμως η αλληλεπίδραση μεταξύ του δασκάλου και του ερευνητή που προηγείται της εφαρμογής της δραστηριότητας στην τάξη είναι καθοριστική για το ρόλο και τις ενέργειες του δασκάλου.

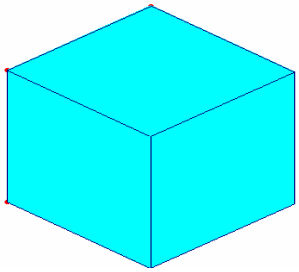
Ο ερευνητής περιγράφει αρχικά τις δυναμικές αναπαραστάσεις των στερεών στο δυναμικό περιβάλλον του υπολογιστή. Ο δάσκαλος πειραματίζεται με το περιβάλλον ώστε να αντιληφθεί τις δυνατότητές του και ανταλλάσσουν απόψεις με τον ερευνητή για πιθανές δραστηριότητες που θα μπορούσαν να τεθούν. Η άποψη που διατυπώθηκε ήταν ότι οι μαθητές μέσα από τη μεταβολή της μορφής των στερεών θα μπορέσουν να αντιληφθούν καλύτερα τις ιδιότητες του κάθε στερεού. Ο δάσκαλος τονίζει ότι η κύρια δυσκολία των μαθητών σχετικά με τα στερεά είναι ο εντοπισμός των

τριών διαστάσεων. "Αυτό που δεν μπορούν να καταλάβουν είναι ότι τα στερεά έχουν τρεις διαστάσεις, σε αντίθεση με τα επίπεδα σχήματα που έχουν δύο. Αυτό πιστεύω ότι είναι το πιο σημαντικό σημείο που πρέπει να κατανοήσουν. Ποιες είναι οι τρεις διαστάσεις. Το ύψος, το μήκος και το πλάτος". Επιπλέον, ο ερευνητής αναφερόμενος στα δυναμικά μοντέλα στο περιβάλλον του υπολογιστή προσπαθεί να αναλύσει με το δάσκαλο τους διάφορους τρόπους αναπαράστασης των στερεών που χρησιμοποιούνται στο σχολικό βιβλίο αλλά και στη σχολική τάξη γενικότερα. Ο δάσκαλος αναγνωρίζει ότι το θέμα της αναπαράστασης των γεωμετρικών δεν προσεγγίζεται συστηματικά ούτε στο σχολικό εγχειρίδιο αλλά ούτε και στην προσωπική διδακτική πρακτική του. "Απλά οι μαθητές μαθαίνουν μηχανικά να σχεδιάζουν στο χαρτί ένα κύβο". Οι συμβάσεις και οι κανόνες σχεδίασης ενός στερεού στο επίπεδο δεν φαίνεται να είναι κατανοητοί ούτε και στον ίδιο. Επιπλέον οι μαθητές αντιμετωπίζουν στο σχολικό εγχειρίδιο τα γεωμετρικά στερεά και μελετούν τις ιδιότητές τους μέσα από αναπαραστάσεις που ουσιαστικά αλλοιώνουν τις ιδιότητες αυτές. Για παράδειγμα μελετώντας τον κύβο οι μαθητές καλούνται να ανακαλύψουν και να κατανοήσουν την ισότητα των 12 ακμών μέσα από μια αναπαράσταση του κύβου στο επίπεδο όπου μόνο οι 8 ακμές είναι ίσες.

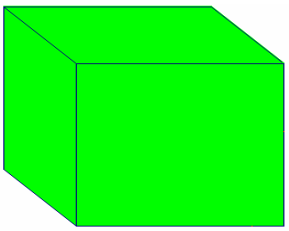
Ο ερευνητής παρουσιάζει τους δύο τύπους αναπαράστασης των στερεών στο επίπεδο που ακολουθούνται στο σχολικό βιβλίο, την πλάγια προβολή και την ισομετρική προβολή. Κυρίως, τα στερεά αναπαρίστανται στο βιβλίο σε πλάγια προβολή και αυτή τη μέθοδο είναι και αυτή που χρησιμοποιούν τόσο ο δάσκαλος όσο και οι μαθητές. Η ισομετρική προβολή παρουσιάζεται σε μικρότερη συχνότητα και λόγω της δυσκολίας που περιέχει δε χρησιμοποιείται στη σχολική τάξη. Οι δύο αυτοί τύποι χρησιμοποιούνται και στην αναπαράσταση των δυναμικών μοντέλων στο περιβάλλον του υπολογιστή.

Στην ισομετρική προβολή η ισότητα των ακμών ενός κύβου για παράδειγμα διατηρείται και στην αναπαράσταση, ενώ δε συμβαίνει το ίδιο και με τις γωνίες, όπου στην αναπαράσταση καμία γωνία του κύβου δεν είναι 90 μοίρες. Οι τρεις άξονες X, Y, Z στην ισομετρική προβολή σχηματίζουν γωνία 120 μοιρών και τα επίπεδα που είναι παράλληλα σ' αυτούς τους άξονες αναπαριστάνονται σε αναλογία 1:1. Από την άλλη μεριά, στην πλάγια προβολή ενός στερεού στο επίπεδο μόνο η μπροστινή και οι παράλληλες προς αυτήν έδρες διατηρούν το σχήμα και το μέγεθός τους. Οι άξονες X, Y είναι σε γωνία 45 μοιρών ενώ X, Z σε γωνία 90 μοιρών και μόνο το επίπεδα παράλληλα στο επίπεδο X, Y αναπαριστάνονται σε αναλογία 1:1. Ειδικότερα, στην πλάγια προβολή μόνο η μπροστινή έδρα και οι παράλληλες προς αυτή διατηρούν ίδιο το σχήμα και μέγεθος. Στα σχήματα 1 και 2 ένας κύβος αναπαριστάνεται χρησιμοποιώντας την ισομετρική και την πλάγια προβολή αντίστοιχα.

Η επιλογή των δύο αυτών τύπων θεωρήθηκε απαραίτητη τόσο εξαιτίας της χρήσης τους στο σχολικό εγχειρίδιο αλλά και εξαιτίας των διαφοροποιήσεων που έχει η κάθε προβολή. Ο δάσκαλος διαπιστώνοντας τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε αναπαράστασης έδειξε ενδιαφέρον στο να διερευνήσει το πώς αντιλαμβάνονται οι μαθητές τις αναπαραστάσεις των στερεών στο επίπεδο. Θεώρησε ως πρόκληση το να καταφέρει να εμπλέξει τους μαθητές στη δραστηριότητα με τα δυναμικά μοντέλα, να αναδείξει τυχόν παρανοήσεις τους και να τους βοηθήσει να τις ξεπεράσουν.



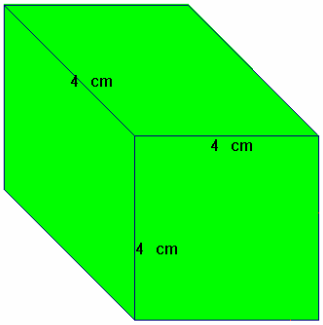
Σχήμα 1. Ισομετρική προβολή



Σχήμα 2. Πλάγια προβολή

Ανάλυση του διδακτικού επεισοδίου

Ο δάσκαλος χειρίζεται τον υπολογιστή και θέτει ερωτήματα στους μαθητές οι οποίοι παρατηρούν τις δυναμικές αναπαραστάσεις στο περιβάλλον του υπολογιστή και συμμετέχουν δίνοντας οδηγίες στο δάσκαλο για τη μεταβολή των στερεών. Αρχικά παρουσιάζει στον υπολογιστή ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, σε πλάγια προβολή και ζητά από τους μαθητές να διερευνήσουν αν είναι κύβος. Στόχος του είναι να διερευνήσει τις αντιλήψεις τους σχετικά με τις αναπαραστάσεις των στερεών στο επίπεδο. Παρ' όλα αυτά δεν αναφέρεται στο στόχο του και θέτει τις ερωτήσεις όπου οι μαθητές καλούνται να διαμορφώσουν τις δικές τους προσεγγίσεις. Μέσα από την επικοινωνία του με τον ερευνητή ουσιαστικά προβλέπει τις ενέργειες των μαθητών και αναμένει τη συσχέτιση της αναπαράστασης του στερεού με το ίδιο το στερεό μέσα από τη σύγκριση των ιδιοτήτων τους. Οι μαθητές αναζητούν τρόπους για να μετρήσουν τα μήκη των ακμών του στερεού και όταν διαπιστώνουν ότι και οι τρεις διαστάσεις είναι διαφορετικές το αναγνωρίζουν σαν ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Στη συνέχεια, καλούνται να προβλέψουν τις αλλαγές που πρέπει να γίνουν στο στερεό ώστε να γίνει κύβος. Οι μαθητές έχοντας και την προηγούμενη εμπειρία της μελέτης των στερεών με τη χρήση χειροπιαστών δυναμικών μοντέλων κατέληξαν ότι πρέπει να γίνουν όλες οι διαστάσεις τους ίσες. Μεταβάλλουν τις διαστάσεις του στερεού και κατασκευάζουν το σχήμα 3 στο οποίο όλες οι διαστάσεις του φαίνονται να είναι ίσες. Έτσι, οι μαθητές έρχονται σε γνωστική σύγκρουση γιατί μολονότι αναζητούσαν την ισότητα των ακμών, η μορφή του στερεού που σχηματίζεται δεν ανταποκρίνεται στις προσμονές τους.



Σχήμα 3

Ο δάσκαλος διαπιστώνοντας την αναμενόμενη γνωστική δυσκολία των μαθητών, προσπαθεί να τους βοηθήσει να ξεπεράσουν το αδιέξοδο και προσαρμόζοντας τη δραστηριότητα, αλλάζει το πλαίσιο συμφραζομένων τους ζητά να ανακαλέσουν τον τρόπο με τον οποίο σχεδιάζουν στο χαρτί τον κύβο. Ο Παναγιώτης σχεδιάζει έναν κύβο στον πίνακα και περιγράφει την διαδικασία:

Δασκ: Εντάξει, λέγε και εσύ Παναγιώτη γιατί το λες κύβο αυτό; Τι έκανες για να φτιάξεις τον κύβο; Τι έφτιαξες πρώτα;

Παναγιώτης: Έφτιαξα, ένα…κύβο.

Δασκ: Ναι αλλά πως ξεκίνησες για να τον φτιάξεις;

Παν: Έφτιαξα 2 ίδιες έδρες.

Δασκ: Και τι είναι οι έδρες αυτές;

Μυρσίνη, Σοφία: Τετράγωνα, τετράγωνες έδρες.

Δασκ: Έτσι, πρώτα λοιπόν φτιάχνω τις δύο τετράγωνες έδρες και μετά αυτές οι γραμμές που έφερες εδώ για να ενώσεις τις δύο έδρες...

Παν: Είναι οι ακμές.

Δασκ: Είναι οι ακμές, οι έδρες τώρα εδώ στο πλάι, για φανταστείτε τις, όπως τις βλέπετε είναι τετράγωνες;

Παιδιά: Όχι

Παν: Όχι, είναι ορθογώνιο, όχι..

Δασκ: Γιατί, γιατί συμβαίνει αυτό;

Παν: Γιατί είναι στα πλάγια.

Οι μαθητές προσεγγίζοντας διαισθητικά την αναπαράσταση του κύβου προσπαθούν να αιτιολογήσουν την ανισότητα των εδρών. Ο δάσκαλος από την άλλη μεριά, επανέρχεται στο διδακτικό του στόχο και καθοδηγεί κατά κάποιο τρόπο τους μαθητές να αντιληφθούν ότι το σχήμα που σχεδιάζουν και αναγνωρίζουν σαν κύβο δεν έχει τις ιδιότητες του κύβου αλλά είναι αποτέλεσμα κάποιων συμβάσεων και κανόνων σχεδίασης προκειμένου να προσεγγίσουν διαισθητικά τη μορφή του.

Δασκ: Γιατί πάνω στο χαρτί τι δεν μπορούμε να αποτυπώσουμε;

Παν: το, το… κανονικό το

Δασκ: Το στερεό όπως είναι. Το φτιάχνουμε με γωνία λοιπόν. Έτσι; Για να φανεί το βάθος.

Παιδιά: Ναι.

Δασ: Επομένως, αυτό που φτιάξαμε εδώ

Παν: Είναι ένας κύβος αλλά εμείς το λέμε ότι είναι κύβος, έτσι; Στο χαρτί επάνω, αν το μετρήσουμε με τα όργανα, ούτε οι γωνίες είναι..

Παιδιά: Ίσες

Δασκ: Ίσες, ούτε οι ακμές του.

Οι μαθητές μέσα από τη διαισθητική προσέγγιση του σχήματος αντιλαμβάνονται την ισότητα των ακμών ως μια απαραίτητη ιδιότητα του στερεού, ενώ δε γίνεται καμία αναφορά στις γωνίες του στερεού. Ο δάσκαλος, ανακτώντας πάλι το διερευνητικό του χαρακτήρα, προκείμενου να διερευνήσει τις αντιλήψεις σχετικά με τις γωνίες, παρουσιάζει στους μαθητές ένα κύβο στο περιβάλλον του υπολογιστή σχεδιασμένο με ισομετρική προβολή όπου όλες οι διαστάσεις τους είναι ίσες, ενώ δε συμβαίνει το ίδιο και με τις γωνίες. Η συγκεκριμένη αναπαράσταση δεν είναι τόσο οικεία στους μαθητές και δεν αναγνωρίζεται το στερεό που αναπαριστάνεται σαν κύβος, παρά μόνο έπειτα από τη μελέτη και μέτρηση των ακμών και των διαστάσεών του. Οι μαθητές αναγνωρίζουν το στερεό σαν κύβο με μόνο κριτήριο την ισότητα των ακμών. Η αδυναμία των μαθητών να επικεντρωθούν στο ρόλο των γωνιών στη δημιουργία της μορφής του σχήματος δυσκολεύει το δάσκαλο, που μην θέλοντας να κατευθύνει τους μαθητές αδυνατεί να αντιδράσει. Αυτό προκαλεί την παρέμβαση του ερευνητή που παρουσιάζει στους μαθητές το χειροπιαστό δυναμικό μοντέλο ενός κύβου και μεταβάλλοντας τις γωνίες του δημιουργεί ένα στερεό με ίσες ακμές αλλά με τις δύο έδρες του σε σχήμα ρόμβου. Αρχικά οι μαθητές το αναγνωρίζουν σαν κύβο λόγω της ισότητας των ακμών, στη συνέχεια όμως μέσα από τη

μεταβολή του στερεού επικεντρώνουν και στις υπόλοιπες ιδιότητές του και αναγνωρίζουν την ισότητα των γωνιών ως απαραίτητο χαρακτηριστικό.

Ερευνητής: Αυτό είναι ένας κύβος;

Παιδιά: Ναι, όχι.

Βασίλης: Ναι, γιατί έχει τις πλευρές του ίσες.

Παναγιώτης: Όχι αν το κάνουμε έτσι είναι σαν ρόμβος.

Ερευν: Είπατε ότι έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

Παιδιά: Ναι.

Ερευν: Αυτό είναι κύβος;

Παιδιά: Όχι.

Ερευν: Γιατί δεν είναι κύβος;

Βασ: Γιατί δεν έχει τις πλευρές του ίσιες.

Ερευν: Τι δεν είναι ίσο;

Σοφία: Το ύψος δεν είναι ίσο

Παν: Οι γωνίες του αλλάζουν

Ερευν: Αλλάζουν οι γωνίες του, ποιες γωνίες του;

Παν: Ετούτη και τούτη είναι μικρότερες από τούτη και τούτη.

Ερευν: Πώς θα έπρεπε να ήταν οι γωνίες για να…

Παιδιά: Ορθές, όλες ορθές.

Διαπιστώνουν λοιπόν ότι είναι απαραίτητος και ο έλεγχος της ορθότητας των γωνιών, εκτός από την ισότητα των ακμών, και αναζητούν τρόπους σύγκρισης των γωνιών, ενώ πειραματίζονται στη ισομετρική αναπαράσταση στο περιβάλλον του υπολογιστή. Ο δάσκαλος υιοθετώντας το διερευνητικό ρόλο του ερευνητή βοηθά να εξελίξουν τις αντιλήψεις τους μέσα από τη δραστηριότητα. Ελέγχουν τις γωνίες του στερεού συγκρίνοντας τις με τις ορθές γωνίες ενός χαρτιού και διαπιστώνουν πάλι την μη αντιστοιχία μεταξύ του στερεού και της αναπαράστασής του την οποία προσπαθούν να ξεπεράσουν βασιζόμενοι στη διαισθητική τους σκέψη.

Δάσκαλος: Πώς θα μπορούσαμε να ελέγξουμε αν οι γωνίες είναι ορθές;

Σοφία: Να βάλουμε τις γωνίες του χαρτιού.

Δασκ: Εδώ είναι ορθή η γωνία;

Παιδιά: Όχι.

Δασκ: Γιατί;

Σοφία: Όχι κύριε. Τον έχουμε στρίψει τον κύβο, τον έχουμε γείρει προς τα εμπρός και δεν φαίνεται ότι είναι ίσες οι γωνίες.

(Ο δάσκαλος αλλάζει τον προσανατολισμό στο χειροπιαστό μοντέλο του κύβου)

Δασκ: Πώς έτσι;

Σοφία: Όχι, τον έχουμε φέρει… στέκεται δηλαδή σε μια ακμή.

Γίνεται αντιληπτή επομένως η μη αντιστοιχία μεταξύ των ιδιοτήτων του στερεού και της αναπαράστασης του ως αναγκαιότητα προκειμένου να αναπαρασταθεί το στερεό στο επίπεδο. Τέλος ο δάσκαλος ζητά από τους ίδιους τους μαθητές να κατασκευάσουν την αναπαράσταση ενός κύβου στο επίπεδο για να αντιληφθούν από μόνοι τους περιορισμούς που θέτει η αναπαράσταση του στερεού στην αναγνώριση των ιδιοτήτων του.

Μελετώντας τις ενέργειες του δασκάλου κατά τη διάρκεια του διδακτικού επεισοδίου είναι εμφανής η επίδραση της επικοινωνίας του με τον ερευνητή. Ο δάσκαλος μέσα από την ανταλλαγή απόψεων σχετικά με τις δυσκολίες των μαθητών με τις αναπαραστάσεις των στερεών στο επίπεδο, επιδιώκει να διερευνήσει τις αντιλήψεις των μαθητών και να διαγνώσει αντίστοιχες δυσκολίες των μαθητών του. Οι στόχοι της έρευνας γίνονται και στόχοι της διδασκαλίας του και μέσα από τη χρήση των ερευνητικών εργαλείων προσπαθεί να διερευνήσει τις αντιλήψεις των μαθητών αλλά και να δημιουργήσει το κατάλληλο περιβάλλον ώστε να εξελιχθούν. Παρόλα αυτά σε κάποιες φάσεις όταν η αλληλεπίδραση με τους μαθητές οδηγεί σε αδιέξοδο, παρατηρούμε την απόρριψη του διερευνητικού χαρακτήρα και την απόκτηση ενός καθοδηγητικού "διδακτικού" ρόλου.

Μέσα από τη συζήτηση μεταξύ του δασκάλου και του ερευνητή που ακολούθησε το διδακτικό επεισόδιο, ο δάσκαλος φάνηκε πραγματικά ενθουσιασμένος με την εφαρμογή της ερευνητικής προσέγγισης. Θεωρεί ότι ένα τέτοιο περιβάλλον μάθησης δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να προβληματιστούν και να συνειδητοποιήσουν σε βάθος κάποιες μαθηματικές έννοιες.

Συζήτηση – Συμπεράσματα

Επικεντρώνοντας στην εξέλιξη του δασκάλου μέσα από τη συμμετοχή του στην ερευνητική διαδικασία παρατηρούμε μια αλλαγή στη διδασκαλία του. Αρχικά ο δάσκαλος στόχευε οι μαθητές του να αποκτήσουν μια συγκεκριμένη μαθηματική γνώση δίνοντας έμφαση στην εννοιολογική κατανόηση (content-focused with an emphasis on conceptual understanding). Προς το τέλος της έρευνας φαίνεται ότι τον ενδιαφέρει περισσότερο η προσωπική κατασκευή της μαθηματικής γνώσης από τους μαθητές (learner-focused). Δύο διαφορετικά διδακτικά μοντέλα όπως αναφέρει η Thompson (1992). Αυτό εκφράστηκε κύρια μέσα από τη διερεύνηση και αξιοποίηση των αντιλήψεων των

μαθητών, την ανάγκη αναζήτησης της γνώσης που προέρχεται από έρευνες αναφορικά με τη σκέψη των μαθητών, το είδος των ερωτήσεων που έθετε και γενικότερα την όλη επικοινωνία που ενθάρρυνε στην τάξη. Αυτή η αλλαγή δε θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε ότι είναι μόνιμη καθώς ο δάσκαλος χρειάζεται περισσότερο χρόνο και εμπειρία δουλεύοντας με μια τέτοια προσέγγιση.

Εξετάζοντας την επίδραση του περιβάλλοντος που αναπτύχθηκε μέσα από τη συνεργασία του δασκάλου με τον ερευνητή και την εμπειρία που αποκτήθηκε από την εφαρμογή των ερευνητικών εργαλείων στη σχολική τάξη, διακρίναμε ότι:

- Το όλο περιβάλλον υποστήριξε τον αναστοχασμό του δασκάλου μέσα από την αλληλεπίδραση με τον ερευνητή και τη διαμόρφωση κοινών στόχων. Η παρουσίαση από τον ερευνητή της φιλοσοφίας των εργαλείων που αναπτύχθηκαν, η συζήτηση πάνω στις αναμενόμενες και στις εμφανιζόμενες δυσκολίες των μαθητών και η συνεχής αξιολόγηση του διδακτικού περιβάλλοντος αποτελούν στοιχεία που προκαλούν μια συμπεριφορά "προσαρμογής" που επιτρέπει σύμφωνα με τον Cooney (1994) στο δάσκαλο να γίνει παιδαγωγικά ισχυρός.
- Η προσωπική σχέση που αναπτύχθηκε ανάμεσα στο δάσκαλο και στον ερευνητή δημιούργησε μια ατμόσφαιρα όπου ο δάσκαλος δεν αισθανόταν ότι κρίνονταν οι ενέργειές του. Έτσι γινόταν συν-ερευνητής σ' αυτήν την προσπάθεια.
- Οι προηγούμενες εμπειρίες του δασκάλου αλλά και το γεγονός ότι η θεώρησή του για τη μάθηση και τη διδασκαλία ήταν κοντά στη φιλοσοφία του προγράμματος έκανε δυνατή την ουσιαστική εμπλοκή του.
- Μελετώντας την επίδραση του όλου περιβάλλοντος και στους άλλους δασκάλους που συμμετείχαν στο ερευνητικό πρόγραμμα θα μπορέσουμε να ισχυροποιήσουμε τα αποτελέσματα μας αλλά και να αναδείξουμε προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την εμπλοκή των εκπαιδευτικών στην ερευνητική διαδικασία.

Αναφορές

Carpenter, T.P., Fennema, E., Peterson, P.L., Chiang, C.P. & Loef, M. (1989) Using knowledge of children' s mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-532.

Cobb, P. and Steffe, L.P. (1983) The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education,* 14(2), 83-94.

Cobb, P.,Wood T. & Yackel E. (1990) Classrooms as Learning Environments for Teachers and Researchers. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph Number 4*, 125-146.

Cooney, T.J. (1994) Teacher Education as an Exercise in Adaptation. In D.B. Aichele and A.F. Coxford (Eds.) *Professional Development for Teachers of Mathematics,* N.C.T.M., Virginia.

Eisenhart, M.A. (1988) The Ethnographic Research Tradition and Mathematics Education Research, *Journal for Research in Mathematics Education,* 19(2), 99-114.

Jaworski, B. (1998) Mathematics Teacher Research: Process, Practice and the Development of Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 1(1), 3-31.

Jaworski, B. & Potari, D. (1998) Characterising Mathematics Teaching using the Teaching Triad. *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, University of Stellenbosch, South Africa.

Μαρκόπουλος, Χ. & Πόταρη, Δ. (1999) Ο ρόλος της κίνησης στην ανάπτυξη δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία και μάθηση γεωμετρικών εννοιών. 4^{ο} Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωμετρίας, Πάτρα.

Markopoulos, C. & Potari, D. (1999). Forming relationships in three-dimensional geometry though dynamic environments. *Proceedings of the 23d Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Haifa, Israel.

Thompson, A.G. (1992) Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D.A. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* N.C.T.M.

Wagner, J.(1997) The Unavoidable Intervention of Educational Research: A Framework for Reconsidering Researcher-Practitioner Cooperation. Educational Researcher, 26(7), 13-22.