ΜΕΤΑΓΝΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ: ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΤΡΙΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ Ε΄ΤΑΞΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Αρετή Παναούρα, Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια
Γιώργος Φιλίππου, Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Τ.Θ. 20537, Λευκωσία 1678
ritapan@spidernet.com.cy και edphilip@ucy.ac.cy

Λέξεις Κλειδιά: μεταγνώση.
Θέμα: Μεταγνώση και θεωρίες μάθησης στα μαθηματικά.
Επίπεδο Εκπαίδευσης: πρωτοβάθμια εκπαίδευση.
Κατηγορία: εμπειρική μελέτη.

Περίληψη

Κύριος σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν η διερεύνηση των μεταγνωστικών δεξιοτήτων τριών μαθητών Ε΄ τάξης δημοτικού και η σύνδεσή τους με την ικανότητά τους επίλυσης μαθηματικού προβλήματος. Ζητήθηκε από τα παιδιά να δηλώσουν το βαθμό δυσκολίας τριών προβλημάτων για να διαπιστωθεί ο βαθμός στον οποίο η δυσκολία του προβλήματος επηρεάζει την εικόνα τους για το γνωστικό τους εαυτό. Παροτρύνθηκαν τα παιδιά να σκέφτονται μεγαλόφωνα, με στόχο να εξεταστεί η μεταγνωστική τους συμπεριφορά όταν η προσπάθεια επίλυσης προβλήματος οδηγείτο σε αδιέξοδο. Η ανάλυση των ενεργειών τους όταν προσπαθούσαν να επεξηγήσουν τη λύση προβλήματος, σε συμμαθητές τους ήταν η δεύτερη τεχνική ανάγνωσης των μεταγνωστικών τους δεξιοτήτων. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα παιδιά των 10 χρόνων έχουν σαφή εικόνα των ικανοτήτων τους. Τα παιδιά με ψηλότερη επίδοση στα μαθηματικά ρυθμίζουν καλύτερα τις γνωστικές τους διαδικασίες, εφόσον για την υπερπήδηση ενός γνωστικού εμποδίου ανατρέχουν σε προηγούμενες εμπειρίες. Η προσπάθεια των παιδιών να επεξηγήσουν τον τρόπο σκέψης τους ενισχύει το βαθμό κατανόησης και ρύθμισης των γνωστικών τους διαδικασιών.

Abstract

In this article we examine the connection of the metacognitive abilities of three 5th grade pupils with their performance in problem solving. Pupils were asked to solve three problems. Firstly they had to evaluate the difficulty of the problem and state whether they would be able to solve it, in order to investigate how does the difficulty of the problem affect the self-esteem of children about their cognitive abilities. We asked children to think aloud while they were solving the problems in order to investigate their cognitive reaction when their solution plan proved insufficient for the solving of a mathematical problem. Additionally we asked children to explain the solution of a problem to a classmate of them with high performance in mathematics and the solution of another problem to a child with low performance in mathematics. The results showed that 10 years old children realize the range of their metacognitive abilities. High achievement children were found to be more able to monitor their cognitive operations than low achievers. They used their prior experiences in order to overcome a cognitive obstacle. When children tried to explain their thought they realized and they monitor better their metacognitive ability.

Θεωρητικό πλαίσιο

Η έννοια της μεταγνώσης

Ένα χαρακτηριστικό της έννοιας της "μεταγνώσης" είναι ότι «σημαίνει διαφορετικά πράγματα για διαφορετικούς ανθρώπους, με αποτέλεσμα να υπάρχει σύγχυση στη βιβλιογραφία για το τι είναι και τι δεν είναι η μεταγνώση» (Campione, Brown, & Connell, 1989, σ. 93). Σύμφωνα με το Meadows (1993) μεταγνώση είναι «η γνώση κάποιου για το γνωστικό του μηχανισμό, πώς εργάζεται γενικά και σε δεδομένη στιγμή» (σ. 78). Ο Flavell, ένας από τους πρωτοπόρους που ασχολήθηκαν με το θέμα, όρισε την έννοια ως τη «γνώση ενός ατόμου που αφορά στις γνωστικές του διαδικασίες και στις επιπτώσεις τους και οτιδήποτε σχετίζεται με αυτές» (Arnold, 1996, σ. 232). Ο ίδιος περιέλαβε σ΄ αυτό τον ορισμό τον ενεργητικό έλεγχο, τη συνεχή ρύθμιση και την οργάνωση των εσωτερικών διαδικασιών σε σχέση με τα γνωστικά αντικείμενα (Garofalo & Lester, 1985). Ο Δημητρίου (1993), ερμηνεύοντας ότι ο όρος "μεταγνωστικό" παραπέμπει στην ιδέα ότι το σύστημα λειτουργεί μετά τα άλλα συστήματα που είναι υπεύθυνα να γνωρίζουν το περιβάλλον, εισηγείται ότι ο όρος «υπεργνωστικό-αναλογιστικό σύστημα» αποδίδει καλύτερα την έννοια των μεταγνωστικών δεξιοτήτων και το συντονιστικό τους ρόλο. Πρόκειται για ένα σύστημα εννοιών, δεξιοτήτων και αρχών που προκύπτει από τις αλληλεπιδράσεις του εξελισσόμενου ατόμου με το περιβάλλον, τροφοδοτείται από εξειδικευμένα συστήματα του μυαλού και ελέγχει τις σχετικές διαδικασίες. Σημαντικές διαστάσεις της έννοιας θεωρούνται η επίγνωση του ατόμου για το γνωστικό του σύστημα και τις γνωστικές του διαδικασίες, η ρύθμιση και ο αυτοέλεγχος των διαδικασιών αυτών.

Οι μεταγνωστικές δεξιότητες είναι αποτέλεσμα ανάπτυξης και κοινωνικής επίδρασης, στα πλαίσια της οποίας εντάσσεται και η διδασκαλία. Σύμφωνα με τους Flavell, Green και Flavell (1995), από το τέλος της προσχολικής ηλικίας τα παιδιά έχουν κάποια αίσθηση για το μυαλό τους, ενώ στο δημοτικό σχολείο δείχνουν ότι έχουν αρκετές μεταγνωστικές κατακτήσεις, όπως γνώσεις για τη μνήμη και τις μνημονικές τους στρατηγικές. Τα παιδιά μεγαλύτερης ηλικίας μπορούν να αναγνωρίζουν καλύτερα τη σημασία των διαφορετικών μεταγνωστικών εμπειριών, να αξιολογούν το βαθμό δυσκολίας ενός προβλήματος και να ελέγχουν τη δική τους γνωστική συμπεριφορά. Ο Δημητρίου (1993) υποστηρίζει ότι το παιδί σε ηλικία 7-8 χρόνων αρχίζει να κατανοεί τους μηχανισμούς και τους περιορισμούς που χαρακτηρίζουν τις διάφορες λειτουργίες του νου. Έτσι, κατανοεί ότι η συμπεριφορά του πρέπει να διαφοροποιείται ανάλογα με τη νοητική λειτουργία και την πολυπλοκότητα του έργου. Σε ηλικία 9-10 χρόνων εμφανίζεται μια σχετικά ακριβής αυτο-αντίληψη ως προς τις δυνατότητες και τις αδυναμίες του ατόμου, μέσα από τη σύγκριση των προσωπικών επιδόσεών του με τις επιδόσεις των άλλων. Τα παιδιά ηλικίας 11-13 χρόνων έχοντας μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για τον εαυτό τους, κατανοούν ότι το γνωστικό σύστημα είναι το εργαλείο με το οποίο γνωρίζουν τον κόσμο και τον εαυτό τους. Είναι φανερό ότι «η μεταγνώση δεν είναι μια αυτόματη διαδικασία αλλά είναι το αποτέλεσμα μακροχρόνιας ανάπτυξης του γνωστικού συστήματος» (Jacobson, 1998, σ. 582) και μπορεί να αναπτυχθεί μόνο όταν ο μαθητής αποκτήσει την αίσθηση ότι είναι γνωστικό άτομο και συνειδητοποιήσει ότι είναι το κέντρο και η αιτία της γνωστικής δραστηριότητας. Στην αναπτυξιακή αυτή διαδικασία είναι σημαντικός ο ρόλος της διδακτικής παρέμβασης.

Μεταγνώση και επίλυση μαθηματικού προβλήματος

Οι μεταγνωστικές δεξιότητες διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην ικανότητα του ατόμου να επιλύει προβλήματα. Οι Lester (1985) και Schoenfeld (1987) βρήκαν ότι η διδακτική προσέγγιση που ενθαρρύνει τα παιδιά να αναπτύξουν τις μεταγνωστικές τους δεξιότητες συμβάλλει στη βελτίωση της ικανότητάς τους να επιλύουν προβλήματα. Το αποτέλεσμα της όλης μαθηματικής συμπεριφοράς του ατόμου σχετίζεται με την ύπαρξη ή όχι «παραγωγικής μεταγνώσης», δηλαδή, μεταγνωστικών δεξιοτήτων οι οποίες ενεργοποιούνται σε συγκεκριμένες συνθήκες για τη λύση προβλήματος (Lester, 1985). Για να λύσει κάποιος ένα πρόβλημα επιλέγει την κατάλληλη στρατηγική, ανακαλεί σχετικές πληροφορίες από τη μνήμη του, τις οργανώνει με τρόπο που να συνδέονται λειτουργικά με τα δεδομένα του προβλήματος, κάνει υποθέσεις, ετοιμάζει σχέδιο δράσης δοκιμάζει την εφαρμογή του και αξιολογεί την πορεία του. Η εφαρμογή του σχεδίου ενεργοποιεί νοητικές δεξιότητες, ενώ η επιλογή στρατηγικής και ο συνεχής έλεγχος αφορά στις μεταγνωστικές λειτουργίες που αναπτύσσει το άτομο. Για να ελέγχουν καλύτερα τη γνωστική τους συμπεριφορά «οι μαθητές πρέπει να γίνουν θεατές, αναλυτές και αξιολογητές της ίδιας της μαθηματικής τους γνώσης και συμπεριφοράς» (Garofalo, 1987, σ. 22). Κατά την ερευνητική ενασχόληση με τη μεταγνώση και την επίλυση μαθηματικού προβλήματος επισημάνθηκε η ανάγκη ανάπτυξης μοντέλων λύσης προβλήματος που να περιλαμβάνουν με άμεσο τρόπο τη μεταγνωστική δραστηριότητα του ατόμου (Goos & Galbraith, 1996).

Η έρευνα σε θέματα μεταγνώσης ξεκίνησε με τη μελέτη γνωστικών διαδικασιών, όπως είναι η κατανόηση, η προσοχή και η μνήμη. Ο Flavell (1976) εντόπισε τρεις παράγοντες που συνδέονται με τη μεταγνώση: το άτομο, τα έργα και τη στρατηγική. Στη συνέχεια οι Garofalo and Lester (1985) ανέλυσαν τους παράγοντες αυτούς ως προς τα μαθηματικά. Στον παράγοντα «άτομο» περιλαμβάνονται οι πεποιθήσεις, τα συναισθήματα και οι στάσεις που επηρεάζουν τη γνωστική του συμπεριφορά (Schoenfeld, 1987). Οι πεποιθήσεις των μαθητών είναι αποτέλεσμα της διδασκαλίας και άλλων παραγόντων και επηρεάζουν τη μαθηματική τους συμπεριφορά. Η γνώση για τις απαιτήσεις του ίδιου του αντικειμένου αποτελεί τη δεύτερη μεταβλητή. Τέλος, το άτομο, ανάλογα με το έργο που έχει να επιτελέσει, πρέπει να επιλέξει την κατάλληλη στρατηγική, και η γνώση του ατόμου για τη λειτουργική χρήση της στρατηγικής αφορά την τρίτη διάσταση του θέματος. Το ενδιαφέρον εστιάζεται στην αλληλεπίδραση των τριών μεταβλητών. Κατά την επίλυση προβλήματος αυτές οι αλληλεπιδράσεις διαμορφώνουν τη νοητική συμπεριφορά του ατόμου (Lester, 1985). Ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης των στρατηγικών με το έργο, το άτομο γνωρίζει ότι η χρήση κάποιων στρατηγικών είναι πιο αποδοτική σε συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων. Η αλληλεπίδραση του ατόμου με το έργο οδηγεί στην εκτίμηση του βαθμού δυσκολίας ενός έργου και καθορίζει τις προτιμήσεις του σε κάποια έργα. Σταδιακά το άτομο αναπτύσσει μια εικόνα για το γνωστικό του εαυτό και αποκτά επίγνωση των δυνατοτήτων και αδυναμιών του.

Ένα βασικό θέμα που απασχολεί τους ερευνητές είναι οι τεχνικές διερεύνησης των χαρακτηριστικών της μεταγνώσης. Πρόσφατα χρησιμοποιούνται η συστηματική παρατήρηση και η βιντεοσκόπηση συνέντευξης, γιατί παρέχει τη δυνατότητα ανάγνωσης, ανάλυσης και κατανόησης της σκέψης του παιδιού. Ο Schoenfeld (1987) χρησιμοποίησε τέσσερις στρατηγικές για την ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων, οι οποίες αποτελούν ταυτόχρονα μεθόδους διερεύνησης του θέματος: α) παρουσίαση και συζήτηση του τρόπου σκέψης του μαθητή από μαγνητοσκόπηση, β) παρουσίαση από τον εκπαιδευτικό του τρόπου λύσης ενός προβλήματος, αφού πρώτα το επιλύσουν οι μαθητές, έτσι ώστε να αναλυθεί και καταγραφεί η σκέψη μετά το πέρας των νοητικών διαδικασιών, γ) συζήτηση του τρόπου επίλυσης ενός προβλήματος από όλη την τάξη, ενώ ο εκπαιδευτικός έχει ρόλο συντονιστή, δ) συζήτηση του τρόπου επίλυσης ενός προβλήματος σε μικρές ομάδες. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι η ακριβής περιγραφή, επεξήγηση και αιτιολόγηση των επιλογών, του τρόπου σκέψης και του σχεδίου λύσης από όλα τα μέλη της ομάδας.

Η εστίαση της προσοχή του ατόμου στον τρόπο που σκέφτεται και επιλύει προβλήματα το βοηθά να αναβαθμίσει τις ικανότητές του στη λύση προβλήματος. Συμβάλλει συνεπώς στην ενίσχυση της αυτοπεποίθησης και ενδυναμώνει τη

θέληση και επιμονή του όταν αντιμετωπίζει μαθηματικά προβλήματα. Υπάρχει ο ισχυρισμός ότι πριν από την ηλικία 10-11 χρόνων τα παιδιά δεν κατανοούν ότι "η ικανότητα" λειτουργεί ως παράγοντας που προσδιορίζει το βαθμό επιτυχίας (Δημητρίου, 1993). Ωστόσο, η εστίαση της προσοχής των παιδιών σε μεταγνωστικές δεξιότητες και η γνώση τους για τις γνωστικές τους διαδικασίες τα βοηθά να ελέγχουν τις ικανότητές τους στη λύση προβλήματος (Lester, 1985).

Η DeGuire (1993) μελέτησε την πορεία ανάπτυξης των μεταγνωστικών δεξιοτήτων μίας φοιτήτριας, όταν εκαλείτο να εστιάσει την προσοχή της στη λειτουργία των νοητικών της διαδικασιών. Μετά από τέσσερις μαγνητοσκοπημένες περιόδους επίλυσης προβλήματος, βρήκε ότι ορισμένοι μηχανισμοί μεταγνώσης, οι οποίοι είχαν να κάμουν με την προσπάθεια εξωτερίκευσης των διαδικασιών σκέψης, αυτοματοποιήθηκαν και η ικανότητα επίλυσης προβλήματος βελτιώθηκε. Το ενδιαφέρον της παρούσας μελέτης επικεντρώθηκε στη μελέτη των μεταγνωστικών δεξιοτήτων των μαθητών μέσα από την προσπάθειά τους να εξωτερικεύσουν τις σκέψεις τους κατά τη διάρκεια επίλυσης μαθηματικού προβλήματος έχοντας συγκεκριμένο λόγο.

Σκοπός της μελέτης και ερευνητικά ερωτήματα

Η διαπραγμάτευση του θέματος «μεταγνώση και λύση προβλήματος» δείχνει ότι εξακολουθούν να υπάρχουν πτυχές του θέματος που χρίζουν περαιτέρω διερεύνησης. Επιπλέον στον ελληνικό χώρο δεν γνωρίζουμε να έχει ερευνηθεί το συγκεκριμένο θέμα. Βασικό κίνητρο για ανάληψη της προσπάθειας αυτής αποτέλεσε το αυτονόητο της σημασίας του συνδυασμού μεταγνώσης και επίλυσης προβλήματος. Η μελέτη επικεντρώθηκε σε τρεις ειδικούς στόχους. Ο πρώτος στόχος εστιάζεται στις γνωστικές ενέργειες του ατόμου όταν διακόπτεται το σχέδιο επίλυσης προβλήματος που ετοίμασε. Η ανάλυση των σκέψεων και αντιδράσεων του παιδιού, όταν φθάνει σε αδιέξοδο, μας επιτρέπει να κατανοήσουμε και να ερμηνεύσουμε τις γνωστικές διαδικασίες και τη νοητική συμπεριφορά με την οποία ξεπερνά το εμπόδιο με «νοητικό ελιγμό», σε αντίθεση με άτομα που εγκαταλείπουν την προσπάθεια. Ο δεύτερος στόχος αφορά στο βαθμό επίδρασης των προηγούμενων εμπειριών του παιδιού για τις γνωστικές απαιτήσεις μιας κατάστασης και στην εκτίμηση του επιπέδου δυσκολίας ενός προβλήματος. Τρίτος στόχος είναι η εξέταση του βαθμού διαφοροποίησης της μεταγνωστικής συμπεριφοράς του παιδιού, όταν προβάλλεται ο συνειδητός στόχος να διατυπώσει και να επεξηγήσει τη σκέψη του.

Η ερευνητική υπόθεση ήταν ότι οι μαθητές των τελευταίων τάξεων του δημοτικού σχολείου διαφοροποιούν τη μεταγνωστική τους συμπεριφορά, όταν προσπαθούν να εξηγήσουν τον τρόπο σκέψης τους σε άλλα παιδιά, ανάλογα με τις πεποιθήσεις τους για την ικανότητα του ακροατή στο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο. Η ανάλυση της σκέψης των παιδιών κατά την επίλυση προβλήματος στοχεύει πιο συγκεκριμένα στην απάντηση των ακόλουθων ερωτημάτων:

- Ποια είναι η γνωστική συμπεριφορά των παιδιών, όταν το σχέδιο επίλυσης προβλήματος που έχουν ετοιμάσει καταλήξει σε αδιέξοδο;
- Πόσο η εικόνα του ατόμου για το γνωστικό του εαυτό σε συγκεκριμένα πεδία, επηρεάζει τον καθορισμό του βαθμού δυσκολίας του προβλήματος;
- Πόσο διαφοροποιείται η μεταγνωστική συμπεριφορά του ατόμου όταν είναι υποχρεωμένο να συνειδητοποιήσει το ίδιο τον τρόπο σκέψης του και να τον εξηγήσει σε άλλο άτομο;

Η μεθοδολογία της έρευνας

Υποκείμενα: Στην έρευνα έλαβαν μέρος τρία παιδιά Ε΄ τάξης που φοιτούν σε δημοτικό σχολείο της Λάρνακας και δύο άλλα παιδιά με συμπληρωματικό ρόλο. Η επιλογή στηρίχθηκε στην γνώση των χαρακτηριστικών των παιδιών από τους ερευνητές και ιδιαίτερα τη σχέσης τους με τα μαθηματικά. Η Χρύσω είναι μαθήτρια με εξαιρετική επίδοση σε όλα τα μαθήματα και με ιδιαίτερα ανεπτυγμένο τρόπο σκέψης στα μαθηματικά. Ο Δημήτρης είναι καλός μαθητής, με πολλή αυτοπεποίθηση για τον εαυτό του, αλλά στα μαθηματικά είναι μέτριος. Η Έλενα είναι πολύ αδύνατη μαθήτρια, ιδιαίτερα στα μαθηματικά και έχει πολύ αρνητικές στάσεις απέναντι στο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο. Συμπληρωματικό ρόλο έπαιξαν η Χριστίνα, μια μαθήτρια με πολύ ψηλή επίδοση και ο Κυριάκος, ένας μαθητής αδύνατος στα μαθηματικά.

Διαδικασία: Στο καθένα από τα τρία πρώτα παιδιά δόθηκε αρχικά το 1ο πρόβλημα (βλ. Παράρτημα) και κλήθηκε να το μελετήσει, χωρίς να το λύσει. Το πρόβλημα απαιτεί τη γνώση κλασμάτων που τα παιδιά διδάχτηκαν στη Δ΄ τάξη. Η επιλογή του στηρίχθηκε στη διαπίστωση ότι συνήθως τα παιδιά αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα προβλήματα που περιέχουν κλασματικούς αριθμούς. Ζητήθηκε από τα παιδιά αφού το μελετήσουν να απαντήσουν στο ερώτημα «Πόσο καλά νομίζεις ότι θα τα καταφέρεις με αυτό το πρόβλημα;», χρησιμοποιώντας κλίμακα με διαβαθμίσεις: **1**: πολύ άσχημα, **2**: άσχημα, **3**: μέτρια, **4**: καλά, **5**: πολύ καλά. Απαραίτητη ήταν η προφορική αιτιολόγηση της επιλογής τους. Στη συνέχεια ζητήθηκε από κάθε παιδί να επιλύσει το πρόβλημα, διατυπώνοντας μεγαλόφωνα τη σκέψη του και απαντώντας σε ερωτήσεις του ερευνητή, ενώ η διαδικασία μαγνητοσκοπείτο.

Ακολούθως ζητήθηκε από κάθε παιδί να διαβάσει το 2ο πρόβλημα (βλ. Παράρτημα) και να δηλώσει τον αναμενόμενο βαθμό επιτυχίας σε αυτό. Τα περιττά δεδομένα του προβλήματος αυτού το διαφοροποιούν από τα τυπικά σχολικά προβλήματα, τα οποία καλούνται συνήθως να επιλύσουν τα παιδιά. Ως εκ τούτου, αυξάνονται οι πιθανότητες το άτομο να αντιμετωπίσει γνωστικό αδιέξοδο κατά την επίλυσή του. Καθώς έλυνε το πρόβλημα εξηγούσε τον τρόπο σκέψης του στη Χριστίνα. Ο ερευνητής απομακρύνθηκε και παρακολουθούσε διακριτικά τα παιδιά, ενώ η συνομιλία τους μαγνητοσκοπείτο. Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε και στο 3ο πρόβλημα (βλ. Παράρτημα) με τη διαφορά ότι σε

αυτή την περίπτωση ζητήθηκε από τα παιδιά να εξηγήσουν τον τρόπο σκέψης τους στον Κυριάκο, ένα αδύνατο μαθητή. Το 3ο πρόβλημα είναι φαινομενικά όμοιο με το 2ο. Στόχος της επιλογής του ήταν να διαφανεί κατά πόσο θα άλλαζε ο αναμενόμενος βαθμός δυσκολίας του προβλήματος αυτού, μετά από την εμπειρία ενασχόλησης με το 2ο πρόβλημα. Η αλλαγή του προσώπου στο οποίο το υποκείμενο επεξηγούσε τον τρόπο λύσης του προβλήματος σκοπό είχε να ελέγξει κατά πόσο θα άλλαζε η μεταγνωστική του συμπεριφορά, ανάλογα με το γνωστικό άτομο που είχε απέναντί του.

Αποτελέσματα

Παρουσιάζονται πρώτα τα ουσιαστικά μέρη από τα μαγνητοσκοπημένα κείμενα με κάποια σχόλια και στη συνέχεια επιχειρείται μια σε βάθος ανάλυση, ξεχωριστά για τον καθένα από τους τρεις άξονες με στόχο να απαντηθούν τα ερωτήματα που είχε θέσει η έρευνα.

Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

Στο πρόβλημα 1 η Χρύσω δήλωσε ότι θα πήγαινε «μέτρια» γιατί «*έχει κλάσματα*». Ξεκίνησε την προσπάθεια σημειώνοντας την πράξη 150:1/10. Μετά από αρκετή σκέψη έγραψε ως απάντηση 15. Παρά την άγνοια της διαίρεσης κλασμάτων και τη λανθασμένη απόδοση της κατάστασης, η ουσιαστική κατανόηση της έννοιας του κλάσματος την οδήγησε να βρει το 1/10 του 150. Επιβεβαίωσε την απάντησή της αξιολογώντας την επιφάνεια που καταλάμβαναν οι αθλητές της ενόργανης γυμναστικής στο σχεδιάγραμμα. Την ίδια τακτική ακολούθησε και στο 2ο ερώτημα. Στο 3ο ερώτημα την δυσκόλεψε ιδιαίτερα το στοιχείο της αντισφαίρισης. Βρήκε αρχικά τους αθλητές της καλαθόσφαιρας και της πετόσφαιρας και στη συνέχεια είπε ότι «*από όλους τώρα πρέπει να αφαιρέσω τι βρήκα για να μείνουν αυτοί που είναι της αντισφαίρισης*». Στη συνέχεια έγραψε 150-[(15+45)+(30+60)] = 0. Η εύρεση του μηδέν της φάνηκε παράξενη και λανθασμένη. Ξαναδιάβασε το πρόβλημα και έψαχνε να βρει τι δεν πήγαινε καλά. Παραδέχθηκε ότι ίσως έκανε κάποιο λάθος και δεν μπορούσε να το βρει.

Στο 2ο πρόβλημα η Χρύσω δήλωσε και πάλι ότι θα τα πήγαινε «μέτρια». Δικαιολόγησε την απάντησή της λέγοντας ότι «*είναι δύσκολο*». Πρόσθεσε ακόμη ότι ίσως να έχει ξαναλύσει παρόμοιο πρόβλημα, όμως «*με πιο **καλούς** αριθμούς*». Κατά την επίλυση του προβλήματος στάθηκε αρκετά στην ύπαρξη του δεδομένου που αφορούσε τον αριθμό των κασετών. Διάβασε 3-4 φορές το πρόβλημα προσπαθώντας να το κατανοήσει. Αφού το σκέφτηκε λίγο είπε: «*Όχι, δίνει στον 9ο πελάτη. Οι 126 αγόρασαν κασέτες. Είναι 126:9=14. Δεν μας ενδιαφέρουν οι κασέτες*». Ρώτησε τη Χριστίνα αν κατάλαβε το πρόβλημα. Στην αρνητική της απάντηση αντέδρασε λέγοντας: «*Κοίτα να δεις, μπαίνει ο 1ος πελάτης, δεν θα του δώσει τίποτα, ούτε στο 2ο, ούτε στον 3ο, στον 9ο θα δώσει. Θα δούμε έτσι πόσοι θα πάρουν. Από τους 126 κάποιοι μόνο θα πάρουν δωρεάν. Το 189 δε μας χρειάζεται, είναι περιττό δεδομένο*». Παρά την επίλυση του προβλήματος αμφέβαλλε για την ορθότητα του τρόπου που εργάστηκε. Μάλιστα δήλωσε ότι τα πήγε «άσχημα» σε αυτό το πρόβλημα γιατί δεν ήταν σίγουρη για την απάντησή της.

Στο 3ο πρόβλημα δήλωσε ότι θα τα πήγαινε «καλά» γιατί «*μοιάζει με το προηγούμενο και οι αριθμοί είναι πιο εύκολοι*». Ρώτησε τον Κυριάκο αν κατάλαβε το πρόβλημα και του το εξήγησε λέγοντας: «*Σκέψου ότι είσαι στο κατάστημα. Ο πελάτης με τον αριθμό 5, του δίνει ένα παντελόνι δωρεάν. Ο επόμενος ποιος θα είναι;*» Καμιά απάντηση από τον Κυριάκο. «*Θα είναι το 10. Το ίδιο για τα σακάκια. Θα είναι το 7, το 14. Στο 8 δεν θα δώσει, ούτε στο 15. Θα κάνουμε 200:5 = 40 και 200:7*». Εκτέλεσε κατακόρυφα τη διαίρεση και βρήκε 28 και υπόλοιπο 4. Αυτό την προβλημάτισε και σταμάτησε για μια στιγμή. Επανέλαβε τον αλγόριθμο της διαίρεσης. Έγραψε την απάντηση «*28 και υπόλοιπο 4*», αλλά φάνηκε να αμφιβάλλει και έγραψε στο θρανίο: 7, 14, 21, 28. Όταν ο Κυριάκος τη ρώτησε τι έκανε απάντησε: «*προσπαθώ να δω που υπάρχει λάθος. Δεν γίνεται. Τι είναι τούτο; Μπορεί η απάντηση να είναι 29 ή μπορεί να είναι 28. Αν έρχονταν ακόμη 3 θα ήταν 29. Κατάλαβες; Δεν ξέρω, θα βάλω 28*». Ένιωθε αρκετή αβεβαιότητα για την απάντησή της αυτή και διαπίστωσε ότι οι αριθμοί την ξεγέλασαν αρχικά για το βαθμό δυσκολίας του προβλήματος.

Η στάση του Δημήτρη κατά την επίλυση των προβλημάτων ήταν πολύ ενδιαφέρουσα. Είχε αρκετή αυτοπεποίθηση για τον τρόπο σκέψης του και τις δυνατότητές του. Απάντησε και στα τρία προβλήματα ότι θα τα πήγαινε «καλά». Στο 1ο πρόβλημα αρχικά σκέφτηκε να εκτελέσει την πράξη 150:4. Δεν το έγραψε όμως και έβλεπε παραξενεμένος το διάγραμμα. Παρουσιάζονται συνοπτικά οι σκέψεις του:

2/5, 3/10, 1/10, 1/5 = 7/30 «*πρέπει να τα προσθέσω για να δω πόσοι είναι όλοι οι αθλητές*»

«*Τα αθλήματα είναι τέσσερα, άρα πρέπει να τους μοιράσω*»

```
7/30| 4
   33| 182
   10|
    2
```

«*Μα δε γίνεται να έχει υπόλοιπο*»

«*Οι αθλητές είναι 182*»

«*Για την ενόργανη γυμναστική θα πρέπει να τους αφαιρέσω*»

182

-110 ← (1/10)

72 (αυτή είναι η απάντησή του στο α)

«*Τώρα είναι εύκολο θα κάνω το ίδιο για τα άλλα*»

182 «*Δε γίνεται*». Ξαναδιαβάζει το πρόβλημα.

-15 ← (1/5) «*Αφού όλοι είναι 150. Α! Αφαίρεσα λάθος*»

167

182

-15

32 (αυτή είναι η απάντηση στο β)

«*Τώρα το (γ) είναι δύσκολο. Θα αφαιρέσω αυτούς που βρήκα και θα βρω όσους έμειναν*»

182

-104 ← (32 + 72)

78 (απάντηση στο γ)

Είναι φανερό ότι μετέτρεπε τον κλασματικό αριθμό σε ακέραιο με τρόπο που του φαινόταν πιο βολικός (7/30→ 730, 1/5 → 15 κλπ). Σημειώνεται ότι σε αρκετά σημεία της δουλειάς του σταματούσε και ξαναδιάβαζε την εκφώνηση του προβλήματος. Αφού σκεφτόταν όμως για λίγο, επέλεγε μια πράξη, χωρίς ουσιαστική αιτιολόγηση. Δικαιολόγησε συγκεκριμένες επιλογές του λέγοντας στους ερευνητές: «*Κάνω αφαίρεση (182-110) γιατί ήδη είναι πολλοί. Αν κάνω πρόσθεση θα γίνουν ακόμη πιο πολλοί οι αθλητές*». «*Δεν ξέρω αν είναι έτσι, αλλά μπορεί να είναι και έτσι*».

Στο 2ο πρόβλημα έγραψε τη διαίρεση 126:9 = 14. Οι σκέψεις του όπως αυτούσια διατυπώθηκαν ήταν: «*Θα κάνω 126:9 για να βρω πόσες…*» Σταμάτησε, ξαναδιάβασε το πρόβλημα: «*Θα προσθέσω, θα πολλαπλασιάσω…*». Το ξαναδιάβασε. «*Σκέφτομαι ότι χάριζε κάποιες και έδωσε δώρο 189. Όχι μάλλον δεν τις έδωσε αυτές. Είναι 126:9 που πρέπει να κάνουμε. Χριστίνα νομίζω ότι το πρόβλημα έχει περιττά δεδομένα*». Ενώ αρχικά δήλωσε ότι θα τα πήγαινε «καλά» σε αυτό το πρόβλημα, μετά την επίλυσή του θεωρούσε ότι τα πήγε «μέτρια» γιατί: «*δεν ξέρω πώς να κάνω επαλήθευση. Η μόνη επαλήθευση που μπορώ να κάνω είναι 14Χ9=126. Αν έβαζα βαθμό από το 1-5, θα έβαζα 3.5 γιατί έκανα μόνο μια πράξη και ίσως αφήνω κάτι πίσω*».

Στο 3ο πρόβλημα ενώ ήταν αρχικά έτοιμος να αξιολογήσει τον εαυτό του με «πολύ καλά», αρκέστηκε στο «καλά» γιατί δεν είχε λύσει παρόμοια προβλήματα στο παρελθόν. Έγραψε 200:5 = 40, 200:7 = 28 και υπόλοιπο 4. Θέλησε να κάνει τον πολλαπλασιασμό 28 Χ 40 για να επαληθεύσει την απάντησή του. Ανέμενε να βρει 200. Σε ελάχιστο χρόνο ξεπερνά τη δυσκολία που βρήκε δίνοντας εξήγηση στη μη αναμενόμενη απάντηση. «*Όχι, μάλλον δεν γίνεται 40Χ28, γιατί το 200 είναι πελάτες, δεν είναι σύνολο από σακάκια και παντελόνια*».

Η Έλενα δήλωσε σε όλα τα προβλήματα ότι θα τα πήγαινε «μέτρια» γιατί ήξερε ότι δυσκολεύεται στα Μαθηματικά. Η μελέτη της περίπτωσής της και η ανάλυση της συμπεριφοράς της ήταν αρκετά δύσκολη γιατί απέφευγε να εκφράζει τις σκέψεις της, εκτός στην περίπτωση συνομιλίας της με τον Κυριάκο. Στο 1ο πρόβλημα έκανε τις πιο κάτω σκέψεις:

150:….. «*είναι δύσκολο γιατί δεν έχει αριθμό*»

150:1/10 «*αλλά δεν ξέρω να το βρω. Δεν ξέρω τα κλάσματα*»

Προχώρησε στο επόμενο ερώτημα: 150:1/5 «*πρέπει να τα βάλω όλα μαζί*»

150:3/10 + 2/5 :1/10

«*νομίζω ότι πρέπει να μπουν παρενθέσεις*» (150:3/10) + (2/10:1/10)= …

«*δεν ξέρω όμως για την αντισφαίριση*». Διάβασε πολλές φορές το πρόβλημα και το εγκατέλειψε.

Στη συνέχεια αφού διάβασε το 2ο πρόβλημα ζήτησε από τη Χριστίνα να της εξηγήσει τι εννοούσε με τον «9ο πελάτη».

«*Θα βάλω 189Χ126 για να βρω τις κασέττες*»: 189 Χ 126 = 24.166 (το έλυσε κατακόρυφα).

Χριστίνα: *Γιατί κάνεις πολλαπλασιασμό*;

Έλενα: *Επειδή άλλους αριθμούς δεν έχει. Λέει 189 και 126 πελάτες*.

Χρ.: *Γιατί όχι πρόσθεση*;

Έλ.: *Αφού λέει ότι ενοικίασε και πώλησε*.

Χρ.: *Είσαι σίγουρη*;

Έλ.: *Δεν ξέρω αν βρήκα σωστά τον πολλαπλασιασμό*.

Ενδιαφέρουσα ήταν η αιτιολόγηση της Έλενας ότι στο 3ο πρόβλημα ανέμενε να πάει μέτρια. «*Επειδή δεν είμαι σίγουρη. Είναι πολλοί αριθμοί και συγχύζομαι όταν είναι πολλοί οι αριθμοί. Έχει κάποια σχέση με το προηγούμενο, αλλά αυτό έχει πολλούς αριθμούς και μπορεί να δυσκολευτώ*».

Σκέφτηκε: (7Χ7) + (5Χ200) = ν.

Ρώτησε 2-3 φορές τον Κυριάκο αν κατάλαβε το πρόβλημα. Στην αρνητική του απάντηση, αν και η ίδια φαινόταν να μην είχε κατανοήσει το πρόβλημα, προσπάθησε με κάπως ασυνάρτητες σκέψεις να του εξηγήσει. «*Νομίζω ότι είναι*

φορές. Αφού και στο προηγούμενο έτσι ήταν. Αλλά μέσα στην παρένθεση μπορεί να είναι (+) και μετά το φορές. Έτσι είναι. Κατάλαβες ή να σου το ξαναεξηγήσω;»

Ανάλυση των αποτελεσμάτων

Όσον αφορά στο πρώτο ερώτημα της παρούσας έρευνας η παρατήρηση των τριών παιδιών έδειξε ότι η πρώτη τους αντίδραση όταν η προσπάθειά τους κατέληγε σε αδιέξοδο, ήταν να ξαναδιαβάσουν το πρόβλημα ή ένα μέρος του. Ιδιαίτερα αυτό παρατηρήθηκε στη Χρύσω και την Έλενα. Η πρώτη ξαναδιάβαζε 3-4 φορές το πρόβλημα (ακόμα και όταν δυσκολεύτηκε σε κάποια πράξη), ενώ προσπαθούσε να εντοπίσει στο μυαλό της κάποια προϋπάρχουσα γνώση που θα τη βοηθούσε. Ενώ όμως η Χρύσω έλεγχε κάποια πράξη της και προσπαθούσε να αξιολογήσει τη λογικότητα της απάντησής της, η Έλενα επέλεγε μία οποιαδήποτε μαθηματική πράξη, χωρίς να αιτιολογεί την επιλογή της και τελικά εγκατέλειπε κάθε προσπάθεια. Σε συζήτηση που είχαν οι ερευνητές μαζί της φάνηκε ότι εξαιτίας της πολύ χαμηλής αυτοπεποίθησης της για τις δυνατότητές της στα μαθηματικά, θεωρούσε πολύ πιθανό να καταλήξει σε αδιέξοδο, λόγω ανεπάρκειας γνώσεων και ικανοτήτων. Όπως φάνηκε, όταν η Χρύσω δεν μπορούσε να σκεφτεί κάτι καλύτερο έδινε την αρχική απάντηση, έστω και αν εξακολουθούσε να έχει τις αμφιβολίες της. Ο Δημήτρης αντιμετώπιζε με ιδιαίτερη ευκολία το γνωστικό αδιέξοδο, σε σημείο που για τον ίδιο δε θεωρείται αδιέξοδο. Είχε την αντίληψη ότι κάθε άτομο μπορεί να πετύχει σχεδόν οτιδήποτε. Η τάση δοκιμής και προβολής μιας απάντησης ήταν έκδηλη, με το σκεπτικό ότι υπάρχουν πιθανότητες επιτυχίας. Σε ελάχιστο χρόνο, αφού έβλεπε το ερώτημα άλλαζε τους αριθμούς ή τις πράξεις για να βρει μια πιο «καλή» λύση. Δεν φάνηκε να τον απασχολεί ιδιαίτερα αν οι αλλαγές που έκανε είχαν σχέση και απέρρεαν από τη δομή του προβλήματος.

Βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν την εκτίμηση του βαθμού δυσκολίας ενός προβλήματος φάνηκε να είναι η γενική αυτό-αντίληψη του μαθητή σε σχέση με τα μαθηματικά και ειδικά οι εμπειρίες του με ανάλογα προβλήματα. Η Χρύσω παραδέχεται ότι έχει κάποιες δυσκολίες με τα κλάσματα, ενώ θεωρεί ότι είναι πιο δύσκολα τα προβλήματα με όχι "καλούς" αριθμούς. Η Έλενα έχει συνειδητοποιήσει τη γενική δυσκολία της στα μαθηματικά και ειδικότερα στη λύση προβλημάτων. Η εμπειρία του 2ου προβλήματος επηρέασε την επιλογή των δύο κοριτσιών στο 3ο πρόβλημα. Η Χρύσω θεώρησε ότι έμοιαζε με το 2ο αλλά οι αριθμοί ήταν «καλύτεροι», ενώ η Έλενα συμφώνησε ως προς τη δυσκολία του προβλήματος με τη διαφορά ότι οι αριθμοί ήταν «πολλοί». Διαφοροποιημένες ήταν οι δηλώσεις του Δημήτρη. Η αισιοδοξία του δεν συνάδει με την επιτυχία του στη λύση των προβλημάτων ή τη γενικότερη επίδοσή του στα μαθηματικά. Ούτε οι τυχόν δυσκολίες που αντιμετώπιζε κατά την επίλυση των συγκεκριμένων προβλημάτων φάνηκε να αποτελούν εμπειρίες που να επηρεάζουν τις δηλώσεις του στη συνέχεια. Η πολύ καλή επίδοση του Δημήτρη στα άλλα μαθήματα, αλλά και η πεποίθηση του πατέρα του ότι «είναι παιδί πιο έξυπνο από τα συνηθισμένα παιδιά» διαδραματίζουν ουσιαστικό ρόλο στη διαμόρφωση των απόψεών του για το γνωστικό του εαυτό.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής δείχνουν ότι είναι δύσκολη η απάντηση του δεύτερου ερωτήματος της έρευνας που αφορά στον εντοπισμό των παραμέτρων που διαφοροποιούν τον καθορισμό του βαθμού δυσκολίας ενός προβλήματος από τα παιδιά. Είναι φανερό ότι η εικόνα του ατόμου για το γνωστικό του εαυτό σε συγκεκριμένους τομείς αποτελεί ένα από τους κύριους παράγοντες καθορισμού του βαθμού δυσκολίας ενός προβλήματος. Η δυσκολία απάντησης του ερωτήματος έγκειται στη διαφοροποίηση του βαθμού συνάφειας της εικόνας για το γνωστικό εαυτό με τις πραγματικές ικανότητες του ατόμου σε συγκεκριμένα γνωστικά αντικείμενα. Οι μεταγνωστικές διαστάσεις που αφορούν στη γνώση του ατόμου για τον εαυτό του και τις δυνατότητές του φαίνεται να επηρεάζονται από πολλές παραμέτρους πέρα από τις εμπειρίες του σε ανάλογα προβλήματα. Η έρευνα δείχνει ότι το τελευταίο είναι μία διάσταση του θέματος, αλλά κοινωνικοί και άλλοι παράγοντες έχουν εξίσου σημαντική επίδραση.

Υπόθεση αυτής της έρευνας ήταν ότι η ύπαρξη στόχου επικέντρωσης της προσοχής στη σκέψη του παιδιού διαφοροποιεί τη μεταγνωστική του συμπεριφορά. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων δείχνει ότι η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε στο επίπεδο αυτής της μελέτης δεν επιτρέπει την ασφαλή απάντηση του τρίτου ερωτήματος της έρευνας. Το μοναδικό στοιχείο που μπορεί να επισημανθεί είναι ότι η Χρύσω και η Έλενα διαφοροποίησαν τη συμπεριφορά τους ανάλογα με το παιδί που είχαν απέναντί τους. Η Χρύσω εξήγησε με πιο απλά λόγια το πρόβλημα στον Κυριάκο παρά στη Χριστίνα. Φάνηκε σε κάποιο βαθμό ότι ο στόχος της αυτός ενδυνάμωνε την προσπάθειά της να κατανοήσει καλύτερα το πρόβλημα. Η Έλενα έδειξε να θέλει να εξηγήσει το πρόβλημα στον Κυριάκο, έστω και αν η ίδια δεν το είχε κατανοήσει. Η προσπάθεια αυτή δεν φάνηκε να ενίσχυσε το επίπεδο κατανόησης του προβλήματος από την ίδια. Δεν επιχείρησε κάτι ανάλογο στην περίπτωση που είχε απέναντί της τη Χριστίνα. Η στάση των δύο κοριτσιών αποτελεί ένδειξη ότι η μεταγνωστική τους συμπεριφορά διαφοροποιείται ανάλογα με τις πεποιθήσεις τους για τις ικανότητες του ακροατή τους. Στην περίπτωση του Δημήτρη δε παρατηρήθηκε οποιαδήποτε διαφοροποίηση στη γνωστική του συμπεριφορά.

Συμπεράσματα

Η μελέτη περίπτωσης των τριών παιδιών έδειξε ότι τα παιδιά ηλικίας 10 περίπου χρόνων έχουν ανεπτυγμένες κάποιες μεταγνωστικές δεξιότητες για τη λύση προβλήματος. Τα αποτελέσματα της έρευνας επιβεβαιώνουν τη διαπίστωση προηγούμενων ερευνών ότι τα παιδιά με καλύτερη επίδοση στα μαθηματικά έχουν πιο ανεπτυγμένες μεταγνωστικές δεξιότητες (Goos & Galbraith, 1996). Το σημαντικό όμως στοιχείο που προκύπτει από την έρευνα είναι ότι η ειδοποιός διαφορά των παιδιών με ψηλή επίδοση στα Μαθηματικά και αυτών με χαμηλότερη είναι η ανεπτυγμένη δεξιότητα των πρώτων να ρυθμίζουν τις γνωστικές τους διαδικασίες και όχι η καθαυτή γνώση των διαδικασιών. Το

αδύνατο παιδί στα μαθηματικά αντιλαμβάνεται τη δυσκολία του σε κάποια έργα, έστω και αν κάποιοι κοινωνικοί παράγοντες δεν αφήνουν τη γνώση αυτή να γίνει πιο συνειδητή. Η επίγνωση των δυσκολιών και η γνώση του τι γνωρίζει είναι μια πτυχή της μεταγνώσης. Δεν γνωρίζει όμως τις στρατηγικές που θα το βοηθήσουν να ελέγξει τη γνωστική του συμπεριφορά έτσι ώστε να μπορεί να ξεπεράσει ένα εμπόδιο ή σε γενικότερες γραμμές να ρυθμίσει τη μάθησή του. Η απουσία αυτής της δεύτερης παραμέτρου της μεταγνώσης διαδραματίζει ουσιαστικό ρόλο στην επίδοση των παιδιών στη λύση προβλήματος. Η γνώση και η χρήση ποικιλίας στρατηγικών από το άτομο στη λύση προβλήματος είναι ένδειξη ανεπτυγμένων μεταγνωστικών στρατηγικών (Swanson, 1990).

Τα παιδιά της Ε΄ τάξης έδειξαν να έχουν αρκετά σαφή εικόνα των δυνατοτήτων τους. Καθορίζουν το βαθμό δυσκολίας των προβλημάτων με βάση τη γενικότερη αντίληψη που έχουν για τις δυνατότητές τους στα μαθηματικά, σε συγκεκριμένα πεδία των μαθηματικών ή ακόμη και σε ειδικότερα στοιχεία του προβλήματος, όπως είναι το είδος των αριθμών. Στις περιπτώσεις που εμφανίζεται διαφορετική εικόνα υπάρχει η υπόνοια ότι αυτό είναι απόρροια ψυχολογικών μηχανισμών αυτοάμυνας. Η περίπτωση του Δημήτρη με την αδικαιολόγητη αυτοπεποίθηση, επιβεβαιώνει την άποψη του Schoenfeld (1987) ότι το άτομο που δεν έχει καλή αίσθηση για το τι ξέρει δεν είναι καλός λύτης προβλημάτων.

Όταν το σχέδιο λύσης των παιδιών δεν οδηγεί σε επιτυχία, οι δυνατότητες να το αναθεωρήσουν είναι περιορισμένες. Φάνηκε ότι η μόνη στρατηγική που εφαρμόζουν για να ξεπεράσουν το εμπόδιο ήταν να ανατρέξουν στο κείμενο του προβλήματος. Αυτό είναι ένδειξη ότι η γνώση τους για τις γνωστικές τους στρατηγικές περιορίζεται στην πεποίθηση ότι η δυσκολία τους έγκειται στη μη κατανόηση του προβλήματος. Τα παιδιά με ψηλότερη επίδοση έδειξαν στοιχεία αναδρομής σε προηγούμενες εμπειρίες για να αντιμετωπίσουν το αδιέξοδο. Η διατύπωση απόψεων της μορφής «το πρόβλημα είναι δύσκολο», που συνοδεύουν την εγκατάλειψη της προσπάθειας, είναι ένδειξη ενεργοποίησης των εκτιμητών δυσκολίας (Δημητρίου, 1993). Σκεπτικισμό προκαλεί η διαπίστωση ότι τα παιδιά δεν επιδεικνύουν ευελιξία στη χρήση διαφορετικών στρατηγικών. Οι προσπάθειές τους κατατείνουν σε λύσεις που περιλαμβάνουν απαραίτητα εξίσωση. Κάθε δυσκολία που αντιμετωπίζουν τους οδηγεί σε επανεξέταση της εξίσωσης, των πράξεων, των παρενθέσεων κλπ.

Τα αποτελέσματα της έρευνάς μας τείνουν να επιβεβαιώσουν τα ευρήματα του Karabenick (1996) για την επίδραση που μπορεί να έχει στη συμπεριφορά των ατόμων η κοινωνική αλληλεπίδραση με άτομα που ασχολούνται με ανάλογη διαδικασία. Τα παιδιά έχουν την τάση να διαφοροποιούν τη συμπεριφορά τους ανάλογα με την εικόνα που έχουν για τα άτομα με τα οποία συνεργάζονται. Αν και η παρούσα έρευνα εστίασε το ενδιαφέρον της στη διαφοροποίηση της γνωστικής συμπεριφοράς των υποκειμένων σε σχέση με την επίδοση των ακροατών, τα αποτελέσματα δεν μπορούν να καθορίσουν την καθαυτή διαφοροποίηση των γνωστικών διαδικασιών των υποκειμένων. Το μόνο στοιχείο που προκύπτει είναι ότι η ανάγκη να ρυθμίσουν τις γνωστικές τους διαδικασίες για να εξηγήσουν κάτι σε ένα άτομο το οποίο θεωρούν ότι έχει περισσότερες δυνατότητες στο συγκεκριμένο αντικείμενο, είναι επιπλέον γνωστικός φραγμός για τα παιδιά με χαμηλή επίδοση. Σε γενικές γραμμές φαίνεται ότι η ύπαρξη συνειδητού στόχου για τη μεταγνώση επηρεάζει την ίδια τη μεταγνωστική διαδικασία. Τα αποτελέσματα της έρευνας δεν μπορούν να υποδείξουν τον τρόπο ή το βαθμό επηρεασμού.

Η επιφύλαξη των Garofalo & Lester (1985) για τη δυσκολία παρατήρησης και ανάλυσης της μη φανερής συμπεριφοράς είναι διαπίστωση και της παρούσας μελέτης. Πιστεύουμε ότι η διατύπωση από το ίδιο το άτομο πληροφοριών για γνωστικά θέματα επηρεάζει την ίδια τη γνωστική διαδικασία. Φάνηκε ακόμη ότι τα άτομα που δεν έχουν συνηθίσει να διατυπώνουν τη σκέψη τους μεγαλόφωνα δυσκολεύονται να το πράξουν. Ο Schoenfeld (1987) πρόβαλε την ιδέα να σκέφτεται μεγαλόφωνα ο μαθητής, ως μια διαδικασία ανάπτυξης της μεταγνώσης, και όχι ως ερευνητική μέθοδο. Η πρώτη πρέπει να προϋπάρχει της ερευνητικής διαδικασίας για να μπορεί να δοθεί μια έγκυρη και αξιόπιστη εικόνα του τρόπου λειτουργίας του γνωστικού συστήματος. Τέλος, εφόσον φάνηκε ότι η ύπαρξη συνειδητού στόχου για τη μεταγνώση επηρεάζει το υπό μελέτη αντικείμενο, πιστεύουμε ότι η παρουσία του ερευνητή, έστω και αν είναι διακριτική, επηρεάζει τη γνωστική συμπεριφορά του ατόμου.

Η μελέτη της περίπτωσης των τριών παιδιών έχει δώσει κάποιες απαντήσεις στα δύο πρώτα ερωτήματα της έρευνας, χωρίς βεβαίως τα αποτελέσματα να θεωρούνται γενικεύσιμα και κάποιες ενδείξεις που αφορούν στην τρίτη πτυχή του θέματος. Έχει ακόμη συμβάλει στον εντοπισμό κάποιων μεθοδολογικών δυσκολιών στη μελέτη του θέματος. Η εμπειρία αυτή επιτρέπει την πρόταση ενός πιο φιλόδοξου ερευνητικού προγράμματος για τη μεταγνώση και την επίλυση μαθηματικού προβλήματος, με τους ίδιους ερευνητικούς στόχους. Πιστεύουμε ότι η έρευνα στο χώρο της μεταγνώσης και της επίλυσης μαθηματικού προβλήματος συμβάλλει στην επίτευξη των στόχων της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας. Κύριος σκοπός των μαθηματικών είναι να μάθει το παιδί να σκέφτεται. Για την επίτευξη αυτού του στόχου πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η γνώση του ίδιου του παιδιού για τον τρόπο σκέψης του, το γνωστικό του σύστημα, τις γνωστικές του διαδικασίες. Η γνώση αυτή συμβάλει στην επιλογή διδακτικών παρεμβάσεων που βοηθούν το παιδί να γνωρίζει τον τρόπο που σκέφτεται και μαθαίνει.

Αναφορές

Δημητρίου, Α. (1993). *Γνωστική Ανάπτυξη - Μοντέλα - Μέθοδοι Εφαρμογές. Τόμος 1.* Θεσσαλονίκη: Art of text.
Arnold, S. (1996). *Metacognition and mathematical problem solving.* University of Newcastle.

Campione, J., Brown, A. & Connell, M. (1989). Metacognition. On the importance of understanding what you are doing. In R. Charles & E. Silver (Eds) NCTM, *The teaching and assessing of mathematical problem solving.* USA: LEA, 93-114.

DeGuire, L. (1993). Developing Metacognition during problem solving. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu, F. Lin (Eds) *PME 17, Proceeding of the 17th international conference, II,* 222 - 230.

Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L.B. Resnick (Ed). *The nature of intelligence.* USA: LEA, 231-235.

Flavell, J., Green, F. & Flavell, E. (1995). *Young children' s knowledge about thinking*. Monographs of the society for research in child development, *60* (1).

Garofalo, J. (1987). Metacognition and school mathematics, *Arithmetic Teacher, 34* (9), 22-23.

Garofalo, J. & Lester, F. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 16* (3), 163-176.

Goos, M. & Galbraith, P. (1996). Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 30*, 229-260.

Jacobson, R. (1998). Teachers improving learning using metacognition with self-monitoring learning strategies, *Education, 118* (4), 579-591.

Karabenick, S. (1996). Social influences on metacognition: effects of colearner questioning on comprehension monitoring, *Journal of Educational Psychology, 88* (4), 689-694.

Lester, F.(1985). Methodological consideration in research on mathematical problem solving instruction. In E. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspective.* London: LEA, 41-69.

Meadows, S. (11993). *The child as thinker: the development and acquisition of cognition in childhood.* London: Routledge.

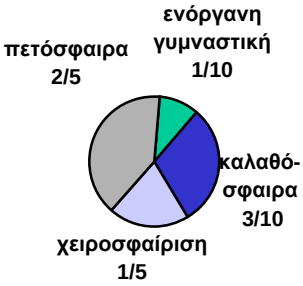
Schoenfeld, A. (1985). Metacognitive and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. In E. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspective*. London: LEA, 361-379.

Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. Schoenfeld (Ed). *Cognitive science and mathematics education.* USA: LEA, 189-217.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

1ο πρόβλημα

Στο αθλητικό κέντρο της Λάρνακας «Ζήνωνα» προπονούνται καθημερινά γύρω στους 150 αθλητές καλαθόσφαιρας, πετόσφαιρας, χειροσφαίρισης και ενόργανης γυμναστικής. Με τη χρήση του σχεδιαγράμματος που σου δίνεται απάντησε στα ακόλουθα ερωτήματα:



Α) Πόσοι είναι οι αθλητές της ενόργανης γυμναστικής;

Β) Πόσοι είναι οι αθλητές της χειροσφαίρισης;

Γ) Πόσοι είναι οι αθλητές της καλαθόσφαιρας, της αντισφαίρισης και της πετόσφαιρας;

2ο πρόβλημα

Πρόσφατα ήταν τα εγκαίνια ενός καταστήματος το οποίο ενοικιάζει και πωλεί βιντεοκασέτες. Ο καταστηματάρχης μετρούσε τους πελάτες του την πρώτη εβδομάδα (την εβδομάδα των εγκαινίων). Χάριζε σε κάθε ένατο πελάτη μια κασέτα δωρεάν. Κατά τη διάρκεια της εβδομάδας ενοικίασε και πώλησε 189 κασέτες σε 126 πελάτες. Πόσες κασέτες έδωσε δωρεάν;

3ο πρόβλημα

Είναι τα εγκαίνια ενός νέου καταστήματος. Ο ιδιοκτήτης του για να προσελκύσει πελάτες προσφέρει δώρα. Μετρά τους πελάτες που αγοράζουν κάτι την 1η εβδομάδα (την εβδομάδα των εγκαινίων). Κάθε 7 πελάτες δίνει στον 7ο ένα σακάκι δωρεάν και κάθε 5 πελάτες δίνει στον 5ο ένα παντελόνι δωρεάν. Αν περάσουν την εβδομάδα των εγκαινίων 200 πελάτες από το κατάστημά του, πόσοι φεύγουν παίρνοντας δωρεάν σακάκι και παντελόνι;