ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Βαρβάρα Γεωργιάδου-Καμπουρίδη, Roehampton Institute, gkabou@tee.gr

Λέξεις Κλειδιά: εξομοίωση, εκπαιδευτικοί, διδακτικό υλικό, γεωμετρική σκέψη.
Θέμα: Διδακτική των Μαθηματικών: Μαθηματική σκέψη και μαθηματικά εργαλεία.
Επίπεδο Εκπαίδευσης: Μεταδευτεροβάθμιο.
Κατηγορία: Έρευνα-δράση, ανίχνευση.

Περίληψη

Η εργασία αυτή αναφέρεται στη χρήση διδακτικού υλικού στη Γεωμετρία από τους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα πλαίσια της επιμόρφωσής τους μέσω του προγράμματος της εξομοίωσης. Στην ανάλυση διερευνάται η γεωμετρική σκέψη των εκπαιδευτικών αφ' ενός όταν χρησιμοποιούν το υλικό ως μαθητές και αφ' ετέρου όταν ως δάσκαλοι προτείνουν με βάση το υλικό δραστηριότητες για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών στους μαθητές τους. Το διδακτικό υλικό λειτουργεί σαν το κλειδί που αποκαλύπτει χαρακτηριστικά του γεωμετρικού κόσμου των εκπαιδευτικών. Τα αποτελέσματα συζητιούνται και διερευνώνται τρόποι που θα βοηθούσαν τον εκπαιδευτικό να βελτιώσει τη σχέση του με τη Γεωμετρία.

Abstract

This study refers to the use of manipulatives in Geometry by primary school teachers. These teachers work with manipulatives in the context of a training course in Didactic of mathematics. In the analysis I explore these teachers' conception of geometrical notions in two cases: while they are working with manipulatives as students and while they are organising activities for their pupils based on the use of manipulatives. Manipulatives is the key which reveals characteristics of the primary teachers' geometrical world. Then I discuss how the findings of the study could contribute to the exploration of the ways through which primary teachers could develop their geometrical thinking.

Εισαγωγή

Η σύγχρονη κοινωνία χαρακτηρίζεται από συνεχείς αλλαγές σε πολλούς τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας και ειδικά στους τομείς της επιστήμης και της τεχνολογίας. Η πραγματικότητα αυτή οδηγεί στην ανάγκη εκπαίδευσης των νέων ανθρώπων με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να αντιμετωπίζουν και να εκτιμούν τις σύγχρονες προκλήσεις μέσα από μια κριτική σκοπιά και να δημιουργούν προϋποθέσεις για νέες εξελίξεις. Σ' ένα τέτοιο πλαίσιο αναδεικνύεται η σημασία της συνεισφοράς και της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στην εκπλήρωση των παραπάνω στόχων μέσα από κατάλληλα εκπαιδευμένα στελέχη. Επιπλέον όσο σημαντική φαίνεται να είναι η αρχική κατάρτιση των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, εξ ίσου σημαντική και η συνεχής επιμόρφωσή τους κατά τη διάρκεια της υπηρεσίας τους. Σ' αυτή τη δεύτερη περίπτωση, ο εκπαιδευτικός που ενεργεί καθημερινά στη σχολική τάξη αναζητά ένα είδος επιμόρφωσης που θα βρίσκεται πιο κοντά στις ανάγκες της σχολικής πραγματικότητας και θα τον εξοικειώνει με νέες πρακτικές αντιμετώπισής της, ενώ παράλληλα θα τον βοηθά να αναπτύξει νέες μεθόδους προσέγγισης των αντικειμένων διδασκαλίας.

Στην περίπτωση των μαθηματικών η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών προσδιορίζεται κυρίως με βάση τα αποτελέσματα της έρευνας στο χώρο της Διδακτικής των μαθηματικών μέσα από τη θεωρία και την πράξη (Cooney, 1994).

Ειδικότερα σε ότι αφορά στη Γεωμετρία, όπου συνυπάρχουν η θεωρητική και η εμπειρική γνώση, η επιμόρφωση πρέπει να εστιάζεται σε διδακτικές μεθόδους και τρόπους με τους οποίους ο εκπαιδευτικός μπορεί να διερευνήσει τη γεωμετρική σκέψη των παιδιών και να τη βοηθήσει να εξελιχθεί. Ένας από αυτούς τους τρόπους μπορεί να θεωρηθεί και η χρήση διδακτικού υλικού για την οργάνωση ομαδικών ή ατομικών δραστηριοτήτων και τη δημιουργία μαθησιακού περιβάλλοντος για μαθητές και εκπαιδευτικούς.

Μια από τις πρόσφατα τεθείσες σε ισχύ μορφή επιμόρφωσης για τους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης είναι η εξομοίωση. Η εξομοίωση απευθύνεται στους εκπαιδευτικούς - που είναι και οι περισσότεροι - που έχουν πτυχίο παιδαγωγικών ακαδημιών διετούς φοίτησης, ώστε να μπορέσουν τυπικά να εξομοιωθούν με τους συναδέλφους τους που έχουν πτυχίο από Παιδαγωγικό τμήμα. Περιλαμβάνει τη διδασκαλία μαθημάτων που στην πλειονότητά τους διδάσκονται στα προπτυχιακά τμήματα των Παιδαγωγικών τμημάτων.

Το πρόγραμμα της «Διδακτικής των Μαθηματικών» -όπως εξάλλου και όλων των μαθημάτων που διδάσκονται στην εξομοίωση- διαρκεί 30 ώρες και η παρακολούθηση είναι υποχρεωτική. Όταν το πρόγραμμα τελειώνει, οι επιμορφούμενοι εκπαιδευτικοί δίνουν εξετάσεις πάνω στα θέματα που έχουν αντιμετωπίσει κατά τη διεξαγωγή του προγράμματος.

Το περιεχόμενο του προσφερόμενου μαθήματος διαφέρει στα διάφορα Παιδαγωγικά τμήματα. Στη μελέτη αυτή αναφέρομαι στο πρόγραμμα εξομοίωσης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Η Διδακτική των Μαθηματικών στο πρόγραμμα της εξομοίωσης και η θέση της Γεωμετρίας σ' αυτήν

Το αναλυτικό πρόγραμμα του μαθήματος της Διδακτικής των Μαθηματικών στο συγκεκριμένο Παιδαγωγικό Τμήμα αφιέρωνε περίπου 12-13 από τις 30 διαθέσιμες ώρες στη Γεωμετρία.

Στο αναλυτικό πρόγραμμα διακρίνουμε γενικά δυο μέρη, το θεωρητικό και το πρακτικό. Το θεωρητικό μέρος του προγράμματος αφορούσε στον προσδιορισμό της Διδακτικής των Μαθηματικών ως αυτόνομης επιστήμης, στην αναφορά θεωριών μάθησης και του συσχετισμού τους με περιβάλλοντα μάθησης στα μαθηματικά, στην κοινωνική και ανθρωπιστική διάσταση της μαθηματικής γνώσης, στη συζήτηση γύρω από στάσεις, πεποιθήσεις, αντιλήψεις για τα μαθηματικά και την επίδρασή τους στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών, στο συσχετισμό φύλου και επίδοσης στα μαθηματικά. Το πρακτικό μέρος αφορά στη θέση και διαχείριση του «προβλήματος» στο αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών του δημοτικού σχολείου, καθώς και στη συζήτηση διαφόρων μορφών προβλημάτων και στρατηγικών επίλυσής τους, στην αναφορά σε συγκεκριμένες ενότητες του αναλυτικού προγράμματος για την προσέγγιση και με τη χρήση διδακτικού υλικού μαθηματικών εννοιών, όπως ο αριθμός, αναλογίες, κλάσματα, δεκαδικοί, κλίμακες, ποσοστά, στη χρήση του υπολογιστή τσέπης κατά τη διδασκαλία της αριθμητικής.

Το μέρος του προγράμματος που αφορούσε στη Γεωμετρία περιελάμβανε πρόκληση και διεξαγωγή συζήτησης σχετικά με το τι είναι γεωμετρία και ποια είναι η έννοια του σχήματος, ταξινομήσεις σχημάτων, ποια τα αναπτύγματα γεωμετρικών στερεών, τα εμβαδά, οι περίμετροι, οι όγκοι, δημιουργία στερεών από την κίνηση στο χώρο μονοδιάστατων και δισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων, η θέση των στερεών στο χώρο και επιπλέον συζήτηση και προβληματισμό γύρω από τις διδακτικές προσεγγίσεις των εννοιών αυτών υπό το πρίσμα της θεωρίας εξέλιξης της γεωμετρικής σκέψης των Pierre και Dina van Hieles (Crowley, 1987). Το πρόγραμμα περιελάμβανε επιπλέον την παρουσίαση στους επιμορφούμενους τρόπων χρήσης εκπαιδευτικού λογισμικού στο χώρο της Γεωμετρίας, όπως το Cabri Geometer (Laborde & Laborde,1991).

Ο ρόλος του διδακτικού υλικού στη διδασκαλία και μάθηση

1. Γενικά

Κατά την ενασχόλησή τους με τα θέματα της Γεωμετρίας οι εκπαιδευτικοί είχαν την ευκαιρία να προσεγγίσουν γεωμετρικές έννοιες με τη χρήση διδακτικού-χρηστικού υλικού (manipulatives).

Διδακτικά εργαλεία νοούνται τα χρηστικά υλικά (manipulatives), εικόνες που απεικονίζουν χρηστικά υλικά, καθημερινές καταστάσεις ή λεκτικά προβλήματα (Becker & Selter, 1996). Τα αποτελέσματα ερευνών στη μαθηματική εκπαίδευση υποστηρίζουν τη σημασία των *διδακτικών εργαλείων (teaching aids)* στο να συντελούν στη δημιουργία μαθησιακού περιβάλλοντος (Szendrei, 1996). Ο Kaput (1992) υποστηρίζει ότι τα χρηστικά υλικά, πραγματικά αντικείμενα και προσομοιώσεις στον υπολογιστή, διευκολύνουν τη μάθηση καθώς οι εξωτερικές αναπαραστάσεις μαθηματικών εννοιών και πράξεων μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να αναπτύξουν τις δικές τους εσωτερικές αναπαραστάσεις.

Η ιστορία του χρηστικού υλικού είναι πολύ παλιά, από τότε ακόμη που χρησιμοποιείτο για τη μέτρηση αντικειμένων. Οι Comenius, Pestalozzi και Froebel είχαν συνειδητοποιήσει πόσο τα υλικά μπορούν να βοηθήσουν εκπαιδευτικούς και μαθητές στη διαδικασία της διδασκαλίας και της μάθησης. Οι Montessori, Dienes και Gattegno σχεδίασαν και κατασκεύασαν διδακτικό υλικό με σκοπό να βοηθήσουν λιγότερο ή περισσότερο ικανά παιδιά να συλλάβουν μαθηματικές δομές.

Με τη χρήση του διδακτικού υλικού ο εκπαιδευτικός έχει την αίσθηση ότι επηρεάζεται ο χειρισμός του χρόνου στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης, όμως στην πραγματικότητα συντελεί στην ωρίμανση της μαθηματικής σκέψης των μαθητών. Μερικές φορές βέβαια είναι πραγματικά δύσκολο να φτάσει κανείς στην επιθυμητή συμπόρευση υλικού και νοητικής διεργασίας. Οι Becker & Selter (1996) αναφέρονται σε ερευνητικές διαπιστώσεις που δείχνουν ότι οι μαθητές μπορεί να οδηγηθούν σε διαφορετικά αποτελέσματα για το ίδιο πρόβλημα μέσα από τη χρήση διαφορετικού υλικού. Επιπλέον συγκεκριμένες αναπαραστάσεις παραμένουν προβληματικές όσο τα παιδιά δεν τις συσχετίζουν με τα μαθηματικά, όπως θα επιθυμούσαν οι ενήλικες.

Ο Cobb (1991) αναφέρει ότι τα υλικά που οι μαθητές χειρίζονται μπορούν να παίξουν σημαντικό ρόλο αν θέλουμε οι μαθητές μας να μάθουν κατανοώντας αλλά ο τρόπος με τον οποίο οι μαθητές θα δουλέψουν με τα υλικά εξαρτάται από το δάσκαλο και από αυτούς τους ίδιους. Η συγκεκριμένη τοποθέτηση υποστηρίζει ουσιαστικά την άποψη ότι η μαθηματική γνώση δεν είναι κάπου «έξω» κρυμμένη και περιμένει να ανακαλυφθεί από τους μαθητές, όπως επίσης ότι τα διδακτικά υλικά δεν κρύβουν μαθηματική δομή που οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν. Αντίθετα μέσα από τη δραστηριότητα που οργανώνεται με τα υλικά δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και με το «δάσκαλο», να εκφράζουν τις ιδέες τους και να ανταλλάσσουν τις ερμηνείες που αποδίδουν στις μαθηματικές τους ενασχολήσεις (Cobb, Yackel & Wood, 1992). Κάτω από αυτή τη θεώρηση οι Γεωργιάδου, Μαρκόπουλος και Πόταρη (1998) αφ' ενός μελέτησαν με ποιους τρόπους οι φοιτητές μελλοντικοί εκπαιδευτικοί αξιοποίησαν στην πράξη το διδακτικό υλικό και ποια προβλήματα αντιμετώπισαν σ' αυτή τους την ενασχόληση και αφ' ετέρου ερμήνευσαν τις πρακτικές των φοιτητών.

2. Ειδικά

Στο πρόγραμμα της εξομοίωσης στο οποίο αναφέρεται η παρούσα εργασία οι εκπαιδευτικοί ασχολήθηκαν με μια σειρά από διδακτικά υλικά μέσα από δραστηριότητες στη Γεωμετρία. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας γεωπίνακες (geoboards) αναζήτησαν τα συμμετρικά διαφόρων σχημάτων, διερεύνησαν συσχετίσεις εμβαδού και περιμέτρου γεωμετρικών σχημάτων και επινόησαν αλγορίθμους για την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας λωρίδες διαφορετικού μήκους (strips) κατασκεύασαν διάφορα σχήματα και μελέτησαν τις ιδιότητες και τους δυνατούς μετασχηματισμούς τους, χρησιμοποιώντας σχήματα πολλαπλής σύνδεσης (clixi) κατασκεύασαν διάφορα στερεά και διερεύνησαν όλα τα πιθανά αναπτύγματά τους, με κύβους πολλαπλής σύνδεσης (multilink cubes) διερεύνησαν ιδιότητες των στερεών και μετασχηματισμούς τους.

Η ανάλυση που ακολουθεί αναφέρεται στη διερεύνηση της μαθηματικής σκέψης των εκπαιδευτικών μέσα από τους τρόπους με τους οποίους οι ίδιοι αντιμετώπισαν ένα γεωμετρικό πρόβλημα με τη χρήση διδακτικού υλικού σε μια οργανωμένη δραστηριότητα δρώντας σαν μαθητές στην τάξη του επιμορφωτικού κέντρου, καθώς και στις δραστηριότητες που οι ίδιοι πρότειναν κατά τη γραπτή τους εξέταση για την διερεύνηση από μέρους των μαθητών τους συγκεκριμένων γεωμετρικών εννοιών με τη χρήση διδακτικού υλικού.

Τα δεδομένα στα οποία στηρίχτηκε η ανάλυση είναι οι παρατηρήσεις και οι σημειώσεις που κράτησε η συγγραφέας του άρθρου και επιμορφώτρια εργαζόμενη η ίδια μέσα σ' ένα πλαίσιο έρευνας-δράσης κατά τη διάρκεια της ενασχόλησης των επιμορφούμενων εκπαιδευτικών με το χρηστικό υλικό, οι πρόχειρες σημειώσεις με σκέψεις για λύσεις του προβλήματος των ίδιων των εκπαιδευτικών, οι δομημένες και μη συζητήσεις που είχε μαζί τους, καθώς και τα γραπτά των εκπαιδευτικών που προέρχονται από την εξέτασή τους στο τέλος του προγράμματος.

Το χρηστικό υλικό ως μέσο διερεύνησης και εξέλιξης της γεωμετρικής σκέψης των εκπαιδευτικών

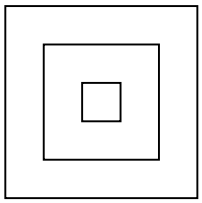
Στην παρέμβαση που διήρκεσε περίπου μία ώρα και μισή συμμετείχαν 35 εκπαιδευτικοί, οι οποίοι χωρίστηκαν σε ομάδες των 4, 5 ή 6 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράστηκε ένας γεωπίνακας[1] διαστάσεων 9Χ9 καθώς και αρκετά λαστιχάκια και δόθηκε η δραστηριότητα: «Σε ένα γεωπίνακα 9Χ9 να σχηματίσετε όσο το δυνατόν περισσότερα τετράγωνα».

Κάθε ομάδα προσεγγίζει το πρόβλημα με το δικό της τρόπο. Βιώνουν τη συνεργασία συζητώντας και ανταλλάσσοντας ιδέες κατά την επεξεργασία του προβλήματος.

Σε ένα τέτοιο περιβάλλον εργασίας η επιμορφώτρια περιέρχεται από ομάδα σε ομάδα παρακολουθώντας τις συζητήσεις, κάνοντας διερευνητικές ερωτήσεις στην προσπάθειά της να ανιχνεύσει τις σκέψεις των εκπαιδευτικών «*Τι εννοείτε;*», «*Γιατί τα ονομάσατε έτσι;*», θέτοντας περαιτέρω προβληματισμούς στις ομάδες που έχουν προχωρήσει «*Καταγράψτε τις πλευρές των τετραγώνων που έχετε υπολογίσει και μετά θα δείτε αν υπάρχουν κι άλλα τετράγωνα…*» και διαφοροποιώντας το ερώτημα στις περιπτώσεις που υπήρχαν δυσκολίες «*Επ: Φτιάξατε κάποια τετραγωνάκια. Εκ: Ναι, δεν είχαμε άλλα λαστιχάκια. Επ: Θα μπορούσατε να τα υπολογίσετε; Εκ: Δεν ξέρουμε…Επ: Μπορούν, όμως, να υπολογιστούν γενικά;*» (Επ: επιμορφώτρια, Εκ: εκπαιδευτικός). Η επιμορφώτρια, επομένως, οργανώνει το μαθησιακό περιβάλλον, διερευνά και ερμηνεύει τη σκέψη των εκπαιδευτικών-μαθητών, αξιοποιεί τις ερμηνείες δημιουργώντας συνθήκες που να ευνοούν την εξέλιξη των αρχικών ιδεών των εκπαιδευτικών-μαθητών, γίνεται δηλαδή δάσκαλος-ερευνητής (Cobb & Steffe, 1983; Simon, 1995a).

Οι διάφορες ομάδες παρουσίασαν και υποστήριξαν τις στρατηγικές τους, οι οποίες προκάλεσαν συζητήσεις και συγκρίσεις. Παρακάτω παρουσιάζεται μια προσπάθεια κατηγοριοποίησης αυτών των στρατηγικών.

- Απουσία συγκεκριμένης στρατηγικής. Η ομάδα του Γιώργου και του Γρηγόρη παρουσίασε κάποια τετράγωνα τα οποία έφτιαξαν τυχαία χρησιμοποιώντας τα λαστιχάκια.
- Στρατηγική εγκλεισμού. Η ομάδα της Κυδωνίας και της Κικής περνώντας σε ένα ανώτερο σε σχέση με την προηγούμενη προσέγγιση επίπεδο δημιούργησαν με τα λαστιχάκια τους σειρές από «εγκλεισμένα» τετράγωνα, τα οποία ονόμασαν «υποσύνολα» (σχ. 1).



Σχ. 1

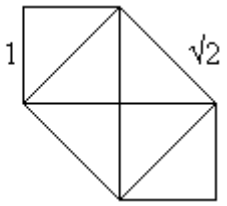
- Προσπάθεια αλγεβροποίησης του προβλήματος. Η ομάδα της Πετρούλας και της Φαίδρας καθώς και η ομάδα της Λίτσας και της Ρίτσας αφού χρησιμοποίησαν για λίγο το υλικό αποστασιοποιήθηκαν από αυτό και έκαναν ανάκληση γνώσεων. Προσπάθησαν να συσχετίσουν τη δραστηριότητα με παρόμοιο θεωρητικό πρόβλημα που είχαν αντιμετωπίσει πριν λίγο καιρό και αφορούσε τον υπολογισμό των τετραγώνων που μπορεί κανείς να κατασκευάσει

[1] Ο *γεωπίνακας* (geoboard) που χρησιμοποιήθηκε εδώ είναι ένα τετράγωνο πινακίδιο που φέρει καρφάκια σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις.

μέσα σε ένα τετράγωνο πλευράς 10 εκ.. Ανατρέχοντας στις σημειώσεις τους έγραψαν από εκεί έναν αλγόριθμο υπολογισμού των τετραγώνων [(9X9)+(8X8)+(7X7)+…+(2X2)+1=285], τον οποίο δεν κατάφεραν τελικά να προσαρμόσουν στο ζητούμενο της παρούσας κατάστασης.

- Συνδυασμός αλγεβρικών και σχηματικών προσεγγίσεων. Με παρόμοιο τρόπο εργάστηκε και η ομάδα του Μιχάλη και της Βάσως. Η ομάδα αυτή, όμως, επεξέτεινε την πρότερη εμπειρία της βελτιώνοντας τον αλγόριθμο της προηγούμενης ομάδας προσθέτοντας του και τα "εγκλεισμένα" τετράγωνα της δεύτερης ομάδας.
- Στρατηγική με αναπαράσταση. Η ομάδα του Οδυσσέα και της Αγορής μετέφερε το πρόβλημα στο χαρτί και κάνοντας σχηματική αναπαράσταση του γεωπίνακα τον χώρισε διαδοχικά σε 4,9,16,…,81 τετράγωνα και δημιούργησε το δικό της αλγόριθμο υπολογισμού των τετραγώνων $(1+2^2)+(1+3^2)+\ldots+(1+9^2)=292$.

Η συζήτηση εστιάστηκε στον προβληματισμό που έθεσε η επιμορφώτρια, αν μπορούν να κατασκευαστούν με τα λαστιχάκια τετράγωνα με πλευρά μη ακέραιο αριθμό. Στην αναζήτηση αυτών των τετραγώνων υποδείχτηκε η κατασκευή του τετραγώνου που είχε πλευρά √2, τη διαγώνιο του τετραγώνου πλευράς 1 (πλευρά είναι η απόσταση ανάμεσα στα δυο καρφάκια του γεωπίνακα) (σχ. 2)



σχ. 2

Στο τέλος μέσα από τη συζήτηση τίθενται οι περιορισμοί των λύσεων του προβλήματος.

Ομ.Ρίτσας-Λίτσας: Αν πάρω μικρότερα τετραγωνάκια θα έχω περισσότερα κι αν πάρω κι ακόμη πιο μικρά…Έτσι δεν είναι;

Ομ.Μιχάλη-Βάσως: Ναι, αλλά αυτό είναι περιορισμένο, άρα είναι και τα τετράγωνα περιορισμένα.

Ομ.Οδυσσέα-Αγορής: Επειδή είναι 9X9 δεν θα είναι άπειρα, θα είναι μετρήσιμα

Η στρατηγική εγκλεισμού φανερώνει μια προσέγγιση οπτική-σχηματική. Η τρίτη στρατηγική δείχνει μια προσπάθεια αλγεβροποίησης του προβλήματος, η οποία όμως δεν ήταν επιτυχής. Η επόμενη στρατηγική δείχνει μια σύνδεση σχηματικών και αλγεβρικών προσεγγίσεων, ενώ η τελευταία δείχνει μια προσπάθεια γενίκευσης και θεωρητικοποίησης..

Η χρήση του εποπτικού υλικού από τους εκπαιδευτικούς για διδακτικούς σκοπούς

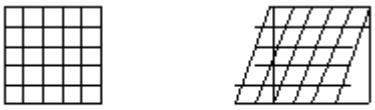
Κατά τις εξετάσεις δόθηκαν τρία θέματα -εκ των οποίων το ένα ήταν θέμα Γεωμετρίας- ώστε οι εκπαιδευτικοί να αναπτύξουν δύο από αυτά. Είναι σημαντικό το ότι μόνο 11 από τους 53 εκπαιδευτικούς επέλεξαν το θέμα της Γεωμετρίας.

Το θέμα: " *Ένα αρθρωτό τετράγωνο έχει τη δυνατότητα να παραμορφώνεται. Βασιζόμενοι σε αυτό το φαινόμενο χρησιμοποιήστε τις έννοιες "τετράπλευρο", "εμβαδόν", "περίμετρος" για να δώσετε τέσσερις δραστηριότητες που να βοηθούν τα παιδιά να προσεγγίσουν τις παραπάνω έννοιες.*"

Οι επιμορφώτριες προτείνουν το συγκεκριμένο υλικό που έχει την ιδιότητα να είναι δυναμικό και πλούσιο για την προσέγγιση και ανάπτυξη γεωμετρικών εννοιών με σκοπό να εξακριβώσουν εάν, πώς και πού θα χρησιμοποιείτο από τους εκπαιδευτικούς. Μέσα από τις δραστηριότητες που οι εκπαιδευτικοί προτείνουν και οργανώνουν στα γραπτά τους για την προσέγγιση μέσω της χρήσης του συγκεκριμένου υλικού των τριών αυτών γεωμετρικών εννοιών έχοντας τη δυνατότητα να θεωρήσουν ταυτόχρονα τη σκέψη και των παιδιών και τη δική τους, εμφανίζονται οι γεωμετρικές αντιλήψεις και διαδικασίες των ίδιων των εκπαιδευτικών και παρέχεται έτσι η ευκαιρία στις επιμορφώτριες να τις μελετήσουν και να τις ερμηνεύσουν (Even et al, 1996; Georgiadou & Potari, 1998).

Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται σε ορισμένα σημεία που αναδείχτηκαν κατά τη μελέτη των γραπτών των εκπαιδευτικών.

- Παρανοήσεις γεωμετρικών εννοιών. Σ' αυτή την περίπτωση οι εκπαιδευτικοί αναπτύσσοντας τις στρατηγικές στις οποίες περιμένουν να οδηγηθούν τα παιδιά εργαζόμενα με το υλικό στο πλαίσιο που οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν, αποκαλύπτουν το επίπεδο της γεωμετρικής τους σκέψης στις συγκεκριμένες γεωμετρικές έννοιες (Τριανταφυλλίδης, 1999). Στην προσπάθειά τους να ξεπεράσουν το επίπεδο αυτό οδηγούνται σε παρανοήσεις: "*Ξέρουμε πως για να βρεθεί το εμβαδόν πολλαπλασιάζουμε μήκος επί πλάτος. Άρα το Εμβ.τετρ.=α.α Αφού το σχήμα μας αλλάζει και γίνεται ρόμβος και αφού έχει τις ίδιες πλευρές τότε το εμβαδόν θα είναι το ίδιο.*" Και σε άλλο γραπτό: " *περνούμε σε δραστηριότητες εμβαδού, άλλου ενός αμετάβλητου στοιχείου του συγκεκριμένου τετραγώνου όσες θέσεις κι αν αλλάξει στο χώρο. Το σύνολο των μικρών τετραγώνων θα οδηγήσει τα παιδιά στο ότι ο χώρος, δηλ. το εμβαδόν που καταλαμβάνει το παραμορφωμένο τετράγωνο όποια θέση κι αν του δώσουμε στο επίπεδο παραμένει το ίδιο*" (σχ. 3).



Σχ. 3

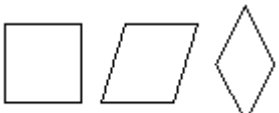
Σε ένα άλλο γραπτό η εκπαιδευτικός έχει φτιάξει σχήματα όπως στο σχ.3 αλλά χωρισμένα σε 4 μέρη το καθένα και ισχυρίζεται ότι τα παιδιά βρίσκουν την περίμετρο και στις δυο περιπτώσεις 4.α και τον τύπο του εμβαδού Ε=α.α " *Αν δεν ξέρουν τον τύπο μετρούν τα τετραγωνάκια που είναι τα ίδια και στο ρόμβο και στο τετράγωνο*." Οι εκπαιδευτικοί αυτοί αντιλαμβάνονται τα γεωμετρικά σχήματα τετράγωνο, ρόμβος, τετράπλευρο, τις έννοιες εμβαδό και περίμετρο, αλλά αδυνατούν να κάνουν συσχετίσεις, ευρισκόμενοι πιθανόν στο δεύτερο επίπεδο van-Hiele.

- Αναπαραστάσεις γεωμετρικών εννοιών. Εδώ διακρίνουμε δύο υποπεριπτώσεις. Στη μια περίπτωση οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν τον πίνακα για να "παγώσουν" χαρακτηριστικά στάδια παραμορφώσεων του υλικού ώστε να μπορούν να μελετηθούν από τους μαθητές "*Για να αντιληφθούν την έννοια του εμβαδού, σκιαγραφούμε στον πίνακα το εμβαδόν τριών θέσεων του αρθρωτού τετραγώνου. Εκεί φαίνεται καλύτερα ο χώρος που πιάνει το κάθε τετράπλευρο*." Φαίνεται πως οι εκπαιδευτικοί αυτοί εργαζόμενοι στο περιβάλλον της Ευκλείδειας γεωμετρίας, όπου οι γεωμετρικές έννοες μπορούν να χαρακτηριστούν σχηματογραφικές (Fischbein, 1993) διαμορφώνουν γεωμετρική σκέψη και οδηγούνται σε συμπεράσματα μέσα από τις σχηματικές αναπαραστάσεις των εννοιών αυτών (σχ. 4).

Σχ. 4

Στη δεύτερη περίπτωση το υλικό και ταυτόχρονα οι δυνατότητές του παραγκωνίζονται και οι αναπαραστάσεις απλά εξυπηρετούν στο να μεταφερθεί η δραστηριότητα σε ένα οικείο για τον εκπαιδευτικό μέσο μη δυναμικό, ώστε να μπορέσει να την προσεγγίσει με οικείο στατικό τρόπο. Σ' αυτή την περίπτωση διαπιστώνονται συγχύσεις και παρανοήσεις "*σχεδιάζουμε το αρθρωτό τετράγωνο στον πίνακα. Τα παιδιά παρατηρούν πως έχει τέσσερις πλευρές, οι πλευρές του είναι κάθετες, οι γωνίες ορθές και ίσες. Διαπιστώνουν πως είναι ένα* <u>*τετράπλευρο*</u>[2]*.*", και σε άλλο γραπτό "*Δίνω στα παιδιά σε φωτοτυπία μια σειρά από πολλά επίπεδα γεωμετρικά σχήματα. Ζητώ από τα παιδιά να κυκλώσουν όλα τα τετράπλευρα. Ζητώ από τα παιδιά να σημειώσουν τους ρόμβους.*"

- Πρωτοτυπικά φαινόμενα. Οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν τις δυνατότητες του υλικού για να σχεδιάσουν δραστηριότητες, οι οποίες ουσιαστικά οριοθετούν τη δράση του υλικού σε πολύ στενά πλαίσια ανάλογα των δυνατοτήτων της γεωμετρικής σκέψης αυτών των εκπαιδευτικών. Η εκπαιδευτικός έχει κάνει τρία σχήματα, με τη σειρά που εμφανίζονται στο σχ.5 και τα χαρακτηρίζει "*1η Δραστηριότητα: Πιέζοντας το αρθρωτό τετράγωνο ποια άλλα σχήματα μπορούμε να πάρουμε με τη σειρά: αρχικό τετράγωνο,* <u>παραλληλόγραμμο</u>*, ρόμβο*" . Μια άλλη εκπαιδευτικός αφού παρουσιάσει μια σειρά από ερωτήσεις που πιστεύει ότι βοηθούν τα παιδιά να κατανοήσουν την έννοια του τετραγώνου, γράφει για την προσέγγιση της έννοιας του ρόμβου: "*Αν το* <u>*περιστρέψω*</u> *και το πιέσω. Τι αλλάζει;*" Και κάποια άλλη "*Το περιστρέφω και του αλλάζω θέση στο επίπεδο. Τι σχήμα έχει;*" Και κάποιος άλλος "Φτιάχνουμε ξανά το τετράγωνο. Του αλλάζουμε θέση με μια κορυφή προς τα κάτω. Πιέζουμε λίγο το τετράγωνο και γίνεται ρόμβος."

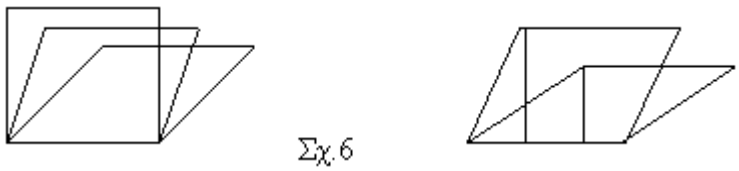


Σχ.5

Στις παραπάνω περιπτώσεις έχουμε την εμφάνιση του πρωτοτυπικού φαινομένου (Herskowitz, 1990). Ένας ρόμβος που δεν έχει τη γνωστή θέση στο επίπεδο χαρακτηρίζεται παραλληλόγραμμο, ενώ ένα τετράγωνο χρειάζεται να περιστραφεί ή και να «πιεστεί» για να αναγνωριστεί ως ρόμβος.

- Ανάπτυξη γεωμετρικών εννοιών. Ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί διάφορες θέσεις του αρθρωτού σχήματος για να μελετήσει τη μεταβολή του εμβαδού συσχετίζοντάς το με τη σταθερή βάση, τη γωνία των δύο συνεχόμενων πλευρών που συνεχώς μικραίνει και το συνεχώς ελαττωνόμενο ύψος. Επιπλέον αναπτύσσει και μια διμερή σχέση σχημάτων και τύπων (σχ.6) "*Με υποδεκάμετρο μετρούν το ύψος του ρόμβου σε διάφορες θέσεις υ-υ΄ και βρίσκουν το εμβαδόν του ρόμβου Ε=β.υ και διαπιστώνουν ότι όσο μεταβάλλεται το άνοιγμα των γωνιών μικραίνει και συγκεκριμένα τα δυο εμβαδά. Διαπιστώνουν ότι το μεγαλύτερο εμβαδόν το είχε το τετράγωνο και το εμβαδόν μικραίνει όσο παραμορφώνεται και μικραίνει το άνοιγμα της γωνίας της βάσης*."

[2] Η υπογράμμιση είναι της ίδιας της εκπαιδευτικού.



Σχ.6

Από την παραπάνω προσέγγιση συμπεραίνει κανείς ότι η γεωμετρική σκέψη του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού βρίσκεται σε προχωρημένο επίπεδο καθώς μέσα από τη χρήση δυναμικών μοντέλων αναπτύσσει τη διαίσθησή του και τη χρησιμοποιεί για να περάσει σε αναλυτικούς τρόπους σκέψης από αυτή των υπολοίπων συναδέλφων του και φυσικά δεν διαμορφώθηκε στην επιμόρφωση. Όπως ο ίδιος ισχυρίστηκε στην άτυπη συνέντευξη ασχολείται με ιδιαίτερη αγάπη με τα μαθηματικά και ειδικά με τη Γεωμετρία.

Συμπεράσματα

Η ανάλυση έδειξε ότι για την προσέγγιση του προβλήματος οι εκπαιδευτικοί ανέπτυξαν μια ποικιλία στρατηγικών όταν οι ίδιοι ασχολήθηκαν με το διδακτικό υλικό μέσα σ' ένα διερευνητικό πλαίσιο όπου ευνοήθηκε η αλληλεπίδραση και η ενεργοποίηση των εμπειριών τους. Το υλικό για πολλούς δεν ήταν ένα απλό ερέθισμα αλλά συνετέλεσε για άλλους λιγότερο και για άλλους περισσότερο στη δημιουργία ενός περιβάλλοντος μάθησης και διευκόλυνε το πέρασμα σε αφαιρετικούς συλλογισμούς.

Τα αποτελέσματα ήταν όμως διαφορετικά όταν οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποίησαν το υλικό για διδακτικούς σκοπούς. Σ' αυτή την περίπτωση οδηγήθηκαν σε παρανοήσεις και λανθασμένες πρακτικές πιθανόν και λόγω του ότι δεν θα έπρεπε να χρησιμοποιήσουν τις εμπειρικές μεθόδους τις οποίες συνήθως χρησιμοποιούν. Επιπλέον στην προκειμένη περίπτωση η αλληλεπίδραση γεωμετρικής αντίληψης και διδακτικών πρακτικών των εκπαιδευτικών είναι πολύ περισσότερο εμφανής από ότι στην πρώτη περίπτωση. Αυτό είναι ένα θέμα που χρειάζεται να μελετηθεί περαιτέρω.

Είναι γεγονός ότι οι εκπαιδευτικοί και μάλιστα οι της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης δεν συνηθίζουν να χρησιμοποιούν διδακτικό υλικό για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας και ιδιαίτερα με τον τρόπο που το βίωσαν στην επιμόρφωση, ίσως επειδή η βασική τους πηγή πληροφοριών είναι το βιβλίο του δασκάλου στο οποίο η χρήση του υλικού είναι περιορισμένη και στενά συνδεδεμένη με τους ορισμούς των γεωμετρικών εννοιών και την εξαγωγή τύπων. Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί περιορίζονται στη χρήση του μέτρου, μερικές φορές και του τετραγωνικού μέτρου και ίσως κάποιων έτοιμων στερεών σωμάτων. Οι δραστηριότητες που κατά παράδοση συνδέονται με τα συγκεκριμένα υλικά είναι η μέτρηση περιμέτρου και εμβαδού της σχολικής αίθουσας και η κατασκευή βασικών στερεών μέσω των αναπτυγμάτων τους. Οι εκπαιδευτικοί μοιάζουν εγκλωβισμένοι σε αυτού του είδους τις πρακτικές κι αυτό εξηγεί το γεγονός ότι απέφυγαν να αναπτύξουν το θέμα με το αρθρωτό τετράγωνο (το ανέπτυξε το 20% των εκπαιδευτικών). Επιπλέον κάποιοι από αυτούς που ασχολήθηκαν έβαλαν το υλικό στο περιθώριο, επέστρεψαν στις τυπικές αναπαραστάσεις στον πίνακα και ενεργοποίησαν τύπους χωρίς τελικά να αποφύγουν τις συγχύσεις.

Συμπερασματικά εκείνο που τελικά φάνηκε είναι ότι οι εκπαιδευτικοί δεν έχουν ανάγκη από μια απλή βραχυπρόθεσμη επιμόρφωση με χαρακτήρα κυρίως ενημερωτικό. Για να μπορέσουν να αναπτύξουν τη δική τους μαθηματική σκέψη και κατ' επέκταση και των μαθητών τους χρειάζονται μια διαρκή υποστήριξη από κατάλληλα άτομα. Μαζί τους θα μπορούν να συζητούν τις εμπειρίες τους και να τις ανταλλάσσουν, καθώς και να συνδέουν θεωρία και πράξη μέσα από τα αποτελέσματα ερευνών στο χώρο της Διδακτικής των Μαθηματικών, ώστε μέσα από το σύνολο όλων αυτών των εμπειριών να προάγουν τη σκέψη τους και να βελτιώνουν συνεχώς τις πρακτικές τους.

Αναφορές

Becker., J. P. & Selter C., (1996). Elementary School Practices, *International Handbook of Mathematics Education*, A. J. Bishop (eds.), Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Cobb, P. (1991), Reconstructing Elementary School Mathematics, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 13(2).

Cobb, P. & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder, *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.

Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education, *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2-33.

Cooney, T. J, (1994). Research and teacher education: In search of common ground, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6).

Crowley, M. L, (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In *Learning and Teaching Geometry*, NCTM, United States of America.

Even, R., Tirosh, D., Markovits. Z.,(1996). Teacher subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: Research and development, *PME* 20, vol 1, 119-134.

Fischbein, E, (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.

Georgiadou, B., Markopoulos, C., Potari, D., (1998), Educational Material and School Practice in the Area of Mathematics, *Proceedings of the 15th Conference of the Hellenic Mathematical Society*, Chios, p.p.143-154.

Georgiadou, B., Potari, D., (1998). Exploring Prospective Primary Teachers' Understanding of Mathematics Through the Development of their Pedagogical Knowledge, *Proceedings of the 1st International Conference on the Teaching of Mathematics*, Samos, 122-124.

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in Geometry-Two Sides of the Con. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 61-76.

Kaput, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. In D. A. Grouws(ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, NY.

Laborde, C. & Laborde, J. M. (1995). What About a Learning Environment Where Euclidean Concepts are Manipulated with a Mouse. In *Computers and Exploratory Learning*, Springer-Verlang, Berlin.

Simon, M.A. (1995a). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.

Szendrei, J. (1996). Concrete Material in the Classroom, *International Handbook of Mathematics Education*, A. J. Bishop (eds.), Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Τριανταφυλλίδης, Τ. (1999). Έννοιες Μαθηματικών και η Διδακτική τους. *Σημειώσεις για τους φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Θεσσαλίας.