ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΤΩΝ ΨΗΦΙΔΩΝ

Χ. Κυνηγός, Τομέας Παιδαγωγικής, ΦΠΨ, Φιλοσοφική Σχολή Πανεπιστημίου Αθηνών, και Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών

Η αρχιτεκτονική των ψηφίδων

Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί η αρχιτεκτονική των ψηφίδων (component oriented architecture) που αποτελεί ταυτόχρονα μια μέθοδο ανάπτυξης λογισμικού αλλά και μια φιλοσοφία και αντίληψη για τη δομή, τα χαρακτηριστικά και τη χρήση του (Rochelle et al., in press). Το κύριο χαρακτηριστικό της αρχιτεκτονικής αυτής είναι ότι επιτρέπει τη δημιουργία υπολογιστικών αντικειμένων (λογισμικού) τα οποία έχουν εξαιρετικά υψηλό βαθμό διαλειτουργικότητας (interoperability). Το στοιχείο αυτό επιτρέπει την κατασκευή μονάδων λογισμικού που μπορεί να είναι τεχνικά πολύπλοκες κατασκευές, αλλά ταυτόχρονα παίζουν το ρόλο δομικών λίθων στο περιβάλλον, χωρίς απαραίτητα το καθένα να έχει από μόνο του λειτουργικότητα πλήρους λογισμικού. Η λειτουργικότητα που χρειάζεται για λογισμικό όπως το εννοούμε με την κλασσική έννοια επιτυγχάνεται πολύ απλά με τη διασύνδεση ψηφίδων μεταξύ τους. Αυτό επιτρέπει τη δημιουργία μιας ομάδας ψηφίδων, η κάθε μια από τις οποίες έχει βασικές λειτουργικότητες απαραίτητες σε μια πλειάδα από λογισμικά. Η σύνδεση αυτή μάλιστα είναι ανοικτή στο χρήστη και δεν αποτελεί «προνόμιο» του προγραμματιστή (Eisenberg, 1995). Το κέρδος είναι ότι με την κλασσική μέθοδο οι λειτουργικότητες αυτές πρέπει να κατασκευάζονται από την αρχή για κάθε λογισμικό ενώ με την αρχιτεκτονική των ψηφίδων η ένταξη μιας τέτοιας λειτουργικότητας απαιτεί απλά την σύνδεση της σχετικής ψηφίδας. Με τον τρόπο αυτό, οι ψηφίδες που αναπτύσσονται μπορούν να επαναχρησιμοποιηθούν σε διαφορετικούς συνδυασμούς αυξάνοντας έτσι εκρηκτικά τη δυνατότητα αξιοποίησης του αποτελέσματος εξειδικευμένης ανάπτυξης λογισμικού (diSessa, 1997). Ειδικά στην περίπτωση του εκπαιδευτικού λογισμικού που απαιτεί εξαιρετικά υψηλό βαθμό εξειδίκευσης και άρα έχει μεγάλο κόστος (Solloway, 1998), είναι ευνόητη η σημασία και προοπτική αυτής της αρχιτεκτονικής.

Ψηφίδες και μαθηματικά

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους η αρχιτεκτονική των ψηφίδων έχει ενδιαφέρον για τα μαθηματικά και τη μαθηματική παιδεία (Kynigos et. al., 1997).

Το πρώτο πεδίο ενδιαφέροντος είναι το μέσο διασύνδεσης και ελέγχου λειτουργικότητας των ψηφίδων. Στο «Αβάκιο», το περιβάλλον λειτουργίας ψηφίδων λογισμικού που αναπτύσσουμε στο ΙΤΥ (www.e-slate.gr), λειτουργεί ταυτόχρονα εικονοστραφές και προγραμματιστικό (scripting) μέσο διασύνδεσης ψηφίδων. Για το δεύτερο, επιλέξαμε να δημιουργήσουμε μια ξεχωριστή ψηφίδα «γλώσσας» από την οποία ο χρήστης μπορεί να συνδέσει ψηφίδες μεταξύ τους, να ελέγξει τη λειτουργία τους και να μεταφέρει πληροφορίες από τη μία στην άλλη. Η γλώσσα που επιλέξαμε είναι η Logo λόγω της καθαρά μαθηματικής της υπόστασης ως συναρτησιακή, διαδικαστική και δομημένη, αλλά και λόγω της παιδαγωγικής θεμελίωσης που τη διέπει. Με τον τρόπο αυτό μπορεί ο χρήστης να «κατασκευάσει» λογισμικό ή να προκαλέσει συνδυασμένη συμπεριφορά σε ψηφίδες με συμβολικό τρόπο και να κρατήσει την περιγραφή αυτών που δημιουργεί για μετέπειτα επεξεργασία και γενίκευση. Κάθε τέτοια περιγραφή, π.χ., μπορεί να έχει τη μορφή ενός προγράμματος το οποίο μπορεί να είναι παραμετρικό ή ακόμα και αναδρομικό.

Το δεύτερο πεδίο, είναι η μαθηματική υπόσταση και χαρακτήρας οποιασδήποτε επιμέρους ψηφίδας αναπτύσσεται. Στο κλασσικού τύπου λογισμικό πολλές φορές (ιδίως όταν δεν αφορά τα μαθηματικά) βρίσκουμε λογικές ανακολουθίες και αντιφάσεις, καθώς και συμπεριφορά που είτε έχει αναντιστοιχία με το πλαίσιο λειτουργικότητας, είτε μπερδεύει το χρήστη ως προς τη λογική λειτουργίας της (δεν έχουμε παρά να δούμε τη μπάρα που ενημερώνει για το ρυθμό με τον οποίο εισέρχονται τα μηνύματά μας στο NETSCAPE). Με την αρχιτεκτονική αυτή, είναι πρόκληση να αναπτυχθούν σωστά από πλευράς μαθηματικής συμπεριφοράς ψηφίδες που μπορεί να βρίσκουμε σε μεγάλο εύρος από λογισμικά. Η όλη έννοια του ποια είναι μια μονάδα λογισμικού τίθεται υπό συζήτηση και με αυτό τον τρόπο δίνεται η ευκαιρία να δημιουργηθεί νέα αντίληψη για μεγάλο αριθμό λειτουργικοτήτων. Ας υποθέσουμε, π.χ., ότι στόχος είναι η ανάπτυξη μιας ψηφίδας που όταν συνδέεται με ψηφίδα που έχει πάνω από δύο παραμέτρους, δίνει τη γραφική παράσταση οποιουδήποτε ζεύγους διαλέξει ο χρήστης. Η ψηφίδα αυτή θα πρέπει να σχεδιαστεί για μεγάλο εύρος από καταστάσεις πολλές από τις οποίες δεν μπορεί να προβλέψει αυτός που την αναπτύσσει. Από τη στιγμή που υπάρχει όμως θα μπορούμε να έχουμε ενιαία, μαθηματικά άρτια αναπαράσταση μεγεθών για οποιοδήποτε λογισμικό μπορούμε να φανταστούμε.

Το τρίτο πεδίο έρχεται σα φυσική συνέπεια του δεύτερου. Αφορά την ιδέα της κατασκευής βασικών (generic) μαθηματικών ψηφίδων. Μια τέτοια ψηφίδα, που την ονομάσαμε «εργαλείο μεταβλητότητας» ή «μεταβολέα» αναπτύσσουμε εξελικτικά τον τελευταίο καιρό. Ο σχεδιασμός είναι, όταν η ψηφίδα αυτή συνδεθεί με οποιαδήποτε άλλη έχει παραμετρική συμπεριφορά, δίνει στο χρήστη ένα εργαλείο άμεσου χειρισμού της μεταβολής της ανεξάρτητης μεταβλητής με συνεχή τρόπο ώστε να αλλάζει αντίστοιχα το περιεχόμενο του λογισμικού σε συνάρτηση με την αλλαγή της τιμής της μεταβλητής. Στην παρουσίαση θα δοθούν παραδείγματα χρήσης του εργαλείου στον κλασσικό κόσμο της γεωμετρίας.

Τέλος, υπάρχει και η λειτουργικότητα των κλασσικών λογισμικών για τα μαθηματικά και το ζήτημα του ποια δομή ψηφίδων είναι λογικό να χρησιμοποιηθεί. Για παράδειγμα, είμαστε στη διαδικασία υλοποίησης ψηφίδας βάσης

δεδομένων, ψηφίδας προγραμματιζόμενης αριθμομηχανής, ψηφίδας γραφικών παραστάσεων και ψηφίδας συνόλων. Σε ποιο βαθμό θα μπορούσαν αυτές να «κολλήσουν» σε συνδυασμούς ψηφίδων για την παραγωγή λογισμικού με μεγάλο εύρος από λειτουργίες;

Ένα παράδειγμα μαθηματικής Ψηφίδας: Ο Μεταβολέας

Η μεταβλητότητα βρίσκεται στην καρδιά πολλών σημαντικών περιοχών των μαθηματικών. Η σχετική έρευνα έχει δείξει ότι οι μαθητές δυσκολεύονται μέσω των κλασσικών μαθηματικών αναπαραστάσεων της έννοιας να πραγματοποιήσουν την απαραίτητη αφαίρεση από ένα συγκεκριμένο στιγμιότυπο ενός αντικειμένου που αλλάζει στη διαδικασία ή τον κανόνα με τον οποίο η αλλαγή αυτή μπορεί να ερμηνευθεί.

Η πρόθεσή μας είναι ο χειρισμός του εργαλείου να προσφέρει μια ή περισσότερες αναπαραστάσεις του πώς μια κατάσταση συμπεριφέρεται όταν μια παράμετρός της αλλάζει, και κυρίως, ενόσω αλλάζει. Το εργαλείο μεταβλητότητας είναι σχεδιασμένο να μπορεί να συνδεθεί με οποιαδήποτε άλλη ψηφίδα που είναι σχεδιασμένη να ενσωματώνει κάποια μορφή συστηματικής μεταβλητότητας την οποία ως εκπαιδευτικοί θέλουμε οι χρήστες να μπορούν να χρησιμοποιούν, διερευνούν και διακρίνουν. Στην τωρινή του μορφή που είναι αυτή του ενός δρομέα για κάθε μεταβλητή, το εργαλείο μεταβλητότητας επιτρέπει στο χρήστη να αποφασίσει το εύρος των τιμών των μεταβλητών ποσοτήτων και το βήμα από τη μια τιμή στην επόμενη. Η χρήση του παρέχει το αίσθημα του χειρισμού, της καθοδήγησης και του ελέγχου ενός φαινομένου ή ενός αντικειμένου ενώ αλλάζει μια ή περισσότερες παραμέτρους του με έναν απτό κατανοητό γραμμικό τρόπο.

Το υπολογιστικό περιβάλλον

Τον μεταβολέα, στην πρώτη του μορφή, τον υλοποιήσαμε ώστε να λειτουργεί σε ένα «γνωστό» περιβάλλον που χαρακτηρίζεται από τη συλλειτουργία τεσσάρων ψηφίδων:

- Την ψηφίδα γλώσσα, που δίνει δυνατότητα συμβολικής έκφρασης εννοιών.
- Την ψηφίδα agent, που αποτελεί την προσομοίωση ενός αγωγού που δέχεται εντολές που αλλάζουν τη θέση και τον προσανατολισμό του ανάλογα με τη λειτουργικότητα της ψηφίδας με την οποία συνδέεται (εδώ πρόκειται για τη γνωστή «χελώνα» της Logo).
- Την ψηφίδα γραφικών, με την οποία αναπαρίστανται γραφικά οι εντολές της γλώσσας και δίνεται η δυνατότητα ελεύθερου σχεδίου.
- Το εργαλείο μεταβλητότητας, που παρέχει δυνατότητα άμεσου χειρισμού μεταβλητών παραμέτρων.

Οι ψηφίδες αυτές συνδεόμενες μεταξύ τους δημιουργούν ένα περιβάλλον που επιτρέπει στο μαθητή να εκφράσει μαθηματικές σχέσεις με σύμβολα, να δει τον τρόπο που αυτές αναπαρίστανται γραφικά, καθώς και να χειριστεί άμεσα με συνεχή τρόπο τη μεταβλητότητα μαθηματικών μεγεθών. Η δυνατότητα για πολλαπλή αναπαράσταση μιας έννοιας, καθώς και η δυναμική αλλαγή μιας μεταβλητής ποσότητας, είναι τα χαρακτηριστικά του υπολογιστικού αυτού περιβάλλοντος που μπορούν, με κατάλληλο σχεδιασμό, να γίνουν γεννήτορες δυναμικών εργαλείων πολλών αλγεβρικών και γεωμετρικών εννοιών.

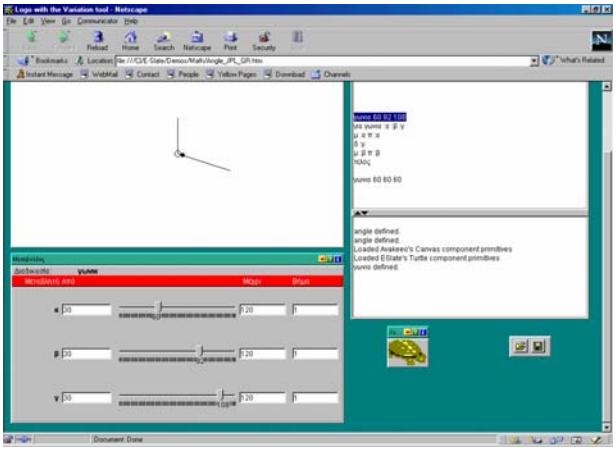
Οι μαθησιακές δυνατότητες σε ένα τέτοιο περιβάλλον είναι πολλαπλές. Τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα να εργάζονται για την επίτευξη ενός στόχου αλληλεπιδρώντας με διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας έννοιας και παράλληλα να εμπλέκονται σε μια διαδικασία επίλυσης προβλημάτων (που ενέχει διαδικασίες όπως: εκτέλεση εντολών, παρατήρηση αποτελεσμάτων, σύγκριση με τον αρχικό στόχο, ανάλογη διόρθωση της μεθόδου που ακολουθήθηκε, προσδιορισμός νέου στόχου) που τα οφέλη της βρίσκουν ευρεία εφαρμογή μέσα και έξω από το σχολικό περιβάλλον.

Παράδειγμα Μικρόκοσμου με το Μεταβολέα: Η γωνία

Λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες αναπαράστασης και κατανόησης της έννοιας της γωνίας, σχεδιάσαμε ένα εργαλείο (διαδικασία) με το οποίο οι μαθητές μπορούν να χειριστούν δυναμικά μια αναπαράσταση της γωνίας με μεταβλητές ποσότητες το γωνιακό στοιχείο και τις δύο πλευρές. Θέτοντας ως μεταβλητές τις πλευρές δίνουμε τη δυνατότητα στο χρήστη να μεταβάλλει όλα τα δομικά χαρακτηριστικά της γωνίας και έτσι να έχει μεγαλύτερο εύρος διερευνήσεων της αναπαράστασής της.

Γράφουμε στον interpreter την παρακάτω διαδικασία:

```
για γωνία : α :β :γ
μπροστά :α
πίσω :α
αριστερά :γ
μπροστά :β
πίσω :β
τέλος
```



Ο Μικρόκοσμος της Γωνίας

Στη διαδικασία αυτή οι μεταβλητές α, β αντιστοιχούν στις πλευρές της γωνίας και η γ στη στροφή της χελώνας, που στην περίπτωση αυτή ταυτίζεται με τη σχηματιζόμενη γωνία. Αυτή η αναπαράσταση της γωνίας, παρόλο που σχεδιάζεται με βάση τον δυναμικό ορισμό της, έχει ενσωματωμένο και τον στατικό ορισμό, αφού με τη βοήθεια του μεταβολέα δίνεται η δυνατότητα αλλαγής των στατικών μεγεθών της γωνίας (πλευρές).

Για τη γραφική αναπαράσταση των εντολών στον interpreter δίνουμε αρχικές τιμές στις τρεις μεταβλητές (για παράδειγμα α=80, β=100, γ=45), οπότε εμφανίζεται στην ψηφίδα γραφικών το αντίστοιχο σχήμα (μια γωνία 45° με πλευρές 80 και 100).

Ενεργοποιώντας το μεταβολέα εμφανίζονται τρεις μπάρες (μία για κάθε μεταβλητή), οι οποίες έχουν ορισμένες αρχική και τελική αριθμητική τιμή, μεταξύ των οποίων μπορεί να κινούνται οι μεταβλητές ποσότητες. Η μετακίνηση στις διαφορετικές τιμές του μεταβολέα επιτυγχάνεται αν μετακινηθεί με το ποντίκι ο κατάλληλος δείκτης που υπάρχει σχεδιασμένος πάνω σε κάθε μπάρα. Τόσο τα όρια των αριθμητικών τιμών της μεταβολής όσο και το βήμα μεταβολής μπορεί να αλλάξουν από το χρήστη. Σε κάθε αλλαγή των αριθμητικών τιμών μιας μεταβλητής στο μεταβολέα, εμφανίζεται αυτόματα και η αντίστοιχη αλλαγή που επισυμβαίνει στο σχήμα στο χώρο των γραφικών.

Ο σκοπός της δραστηριότητας για τους μαθητές είναι πρώτα να χειριστούν τη συγκεκριμένη διαδικασία και να βγάλουν συμπεράσματα για την αναπαράσταση και την έννοια της γωνίας και στη συνέχεια να κατασκευάσουν δικά τους αντικείμενα υπό γωνία, ουσιαστικά αντικαθιστώντας τις δύο γραμμές. Τα αντικείμενα αυτά θα μπορούσαν βέβαια να ήταν οποιαδήποτε, καθιστώντας τη δραστηριότητα ουσιαστικά σε κατασκευή μαθηματικού μοντέλου κάποιου φαινομένου (π.χ. δείκτες ρολογιού).

Είναι φανερό ότι στη συνδυασμένη χρήση εργαλείου και μεταβολέα μπορεί να εμπλακούν πολλές άλλες αλγεβρικές και γεωμετρικές έννοιες, που βρίσκονται διάσπαρτες στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών. Σε όλες τις δραστηριότητες που μπορεί να σχεδιαστούν με χρήση του μεταβολέα, ενυπάρχει μια καθαρά αλγεβρική έννοια, η έννοια της μεταβλητής, της οποίας η γνώση σε ένα πρώτο στάδιο απαιτείται, αλλά για την οποία στη συνέχεια, μέσω τέτοιων δραστηριοτήτων, δίνεται ένα ευρύ πλαίσιο εφαρμογών και πειραματισμού.

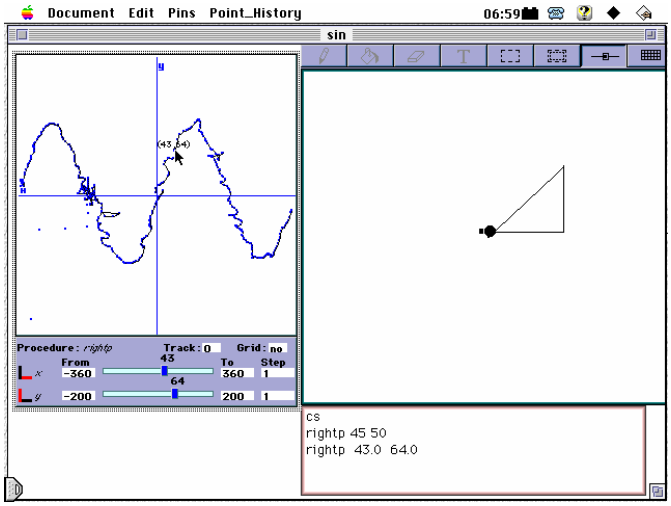
Εναλλακτικά μαθηματικά: ο μικρόκοσμος του ημιτόνου

Στο μικρόκοσμο αυτό χρησιμοποιούμε μια άλλη αναπαράσταση του μεταβολέα, το δισδιάστατο μεταβολέα. Όταν με τον ίδιο τρόπο εκτελείται μια διαδικασία με κάποια τιμή και γίνεται κλικ στο ίχνος της γραφικής αναπαράστασης ενεργοποιείται ο μονοδιάστατος μεταβολέας. Ο χρήστης μπορεί τότε να επιλέξει δύο μεταβλητές οι οποίες αναπαριστούνται σε δύο αντίστοιχους κάθετους άξονες ενός επιπέδου. Σούρσιμο του ποντικιού πάνω στο επίπεδο προκαλεί μεταβολή αντίστοιχα των δύο αυτών μεταβλητών.

Για το σχεδιασμό του μικρόκοσμου χρησιμοποιήσαμε την εξής τεχνική: για την κατασκευή ενός γεωμετρικού σχήματος που εμπεριέχει μια ιδιότητα μπορούμε να εκφράσουμε αυτήν με αντίστοιχες μαθηματικές εκφράσεις που να περιέχουν μια μεταβλητή ποσότητα. Για παράδειγμα, για να φτιάχνει η διαδικασία «τρι» ένα ορθογώνιο τρίγωνο θα έπρεπε αντί για «μπροστά 100*:ψ» να βάλουμε «μπροστά ημ:ψ». Για τις ανάγκες του μικρόκοσμου όμως, «ελευθερώνουμε» την ιδιότητα αυτή βάζοντας δύο διαφορετικές μεταβλητές. Έτσι, το σχήμα δεν είναι ορθογώνιο τρίγωνο για όλες τις τιμές των μεταβλητών και ο μαθητής προσπαθεί να βρεί τις τιμές για τις οποίες το σχήμα γίνεται ορθογώνιο. Με τη διερεύνηση αυτή στόχος είναι να κάνει εικασίες και πειράματα και τελικά να «ανακαλύψει» την ιδιότητα και να εκφράσει ο ίδιος τη μία μεταβλητή συναρτήσει της άλλης.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση το ερώτημα στο μαθητή είναι: βρες τα σημεία στο επίπεδο του δισδιάστατου μεταβολέα για τα οποία το σχήμα να είναι ένα ορθογώνιο. Μετά από την αντίστοιχη διερεύνηση, τα σημεία αυτά είναι βέβαια μια συνεχής γραμμή, η συνάρτηση του ημιτόνου.

```
Για τρι :x :y
δεξιά 90 - :x
μπροστά 100
δεξιά 90 + :x
μπροστά 100*:y
δεξιά 90
μπροστά 100*cos :x
τέλος
```



Ο Μικρόκοσμος του Ημιτόνου

Τι ακριβώς συμβαίνει εδώ; Συνήθως στα μαθηματικά έχουμε την αλγεβρική έκφραση πρώτα και την γεωμετρική ή την καρτεσιανή αναπαράσταση ως μέσο αναπαράστασής της. Συχνά, παλινδρομούμε μεταξύ της σχέσης και της αναπαράστασης, αλλά με βασικό μοντέλο το ότι αναπαριστούμε μια σχέση. Εδώ, ο μαθητής ουσιαστικά χρησιμοποιεί το καρτεσιανό επίπεδο για να «κατασκευάσει» τη γεωμετρική και κατ επέκταση την αλγεβρική σχέση. Έτσι αποκτά μια κιναισθητική εμπειρία του πώς η συνάρτηση του ημιτόνου καταλήγει στο να περιγράφει το ορθογώνιο στον τριγωνομετρικό κύκλο, τι συμβαίνει όταν ξεφεύγουμε έξω από το ίχνος της συνάρτησης, τη σημασία που έχει το ίχνος να είναι ακριβές – το τρεμοπαίξιμο του χεριού που φαίνεται στο σχήμα δείχνει ότι το ίχνος αυτό κατασκευάζει το τρίγωνο «στο περίπου» και ότι εάν θέλουμε ακρίβεια κατασκευής πρέπει να το εκφράσουμε μαθηματικά. Τη σημασία της διερεύνησης εναλλακτικών μαθηματικών ή τρόπων διεξαγωγής μαθηματικών διερευνήσεων διαπραγματεύονται οι Noss and Hoyles, 1996. Τη σημασία της επιστημολογικής προσέγγισης στο σχεδιασμό και τη χρήση τέτοιων εργαλείων συζητά ο diSessa, 1995.

Συμπεράσματα

-Η ανάπτυξη διερευνητικού λογισμικού απαιτεί διαφορετικές κατηγορίες ανθρώπων να συνεργαστούν στο περιθώριο άλλων ειδικοτήτων και ενδιαφερόντων. Στο πλαίσιο της αρχιτεκτονικής των ψηφίδων πολλές λειτουργικότητες σχεδιασμένες από μηχανικούς κάτω από τις οδηγίες παιδαγωγών μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους τελικούς χρήστες για την παραγωγή διερευνητικών περιβαλλόντων.

-Ο σχεδιασμός ψηφίδων για τα μαθηματικά αποτελεί καθεαυτή μια μαθηματική δραστηριότητα που μας ωθεί να ξανασκεφτούμε τι είναι μαθηματικό αντικείμενο και μαθηματική συμπεριφορά λογισμικού, καθώς και να επανεκτιμήσουμε τα ίδια τα μαθηματικά και τις ικανότητες και χαρακτηριστικά της μαθηματικής σκέψης που θέλουμε να δώσουμε στους μαθητές μας.

-Το εργαλείο μεταβλητότητας επιτρέπει την αναζήτηση εναλλακτικών μαθηματικών (Papert, 1993) έχοντας στόχο να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία δομών που εξαρτώνται από μεταβλητές και τον έλεγχο της συμπεριφοράς τους διαμέσου του χειρισμού της αλλαγής των τιμών των μεταβλητών αυτών ανεξάρτητα από το αν οι δομές αναπαρίστανται γραφικά ή αριθμητικά.

Βιβλιογραφία

DiSessa, A. (1997) Open toolsets: new ends and new means in learning mathematics and science with computers, Proceedings of the 21st Psychology of Mathematics Education Conference, Finland, Lahti, Pekhonenen (Ed).

DiSessa, A. (1995) Epistemology and Systems Design, in ", in Computers and Exploratory Learning", A. diSessa, C. Hoyles and R. Noss (eds.), *Computers and Exploratory Learning*, Springer Verlag NATO ASI Series, pp.16-29.

Eisenberg, M.:1995, "Creating Software Applications for Children: Some thoughts about Design", in Computers and Exploratory Learning", A. diSessa, C. Hoyles and R. Noss (eds.), *Computers and Exploratory Learning*, Springer Verlag NATO ASI Series, pp.175-196.

Rochelle, J. Koutlis, M, Reppening A. et. al. Lessons from Research with Educational Software Components, paper submitted to IEE Computer.

Papert, S. (1993) The Children's Machine, Rethinking School in the Age of the Computer, New York: Basic Books,

Noss, R. and Hoyles, C. (1996), *Windows on Mathematical Meanings*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.

Kynigos, C., Koutlis, M. & Hadzilakos, Th. (1997) Mathematics with Component-Oriented Exploratory Software, *Journal for Computers and Mathematical Learning,* Editor in Chief, S. Papert, Kluwer Academic Press.

Solloway E. (1998) No one is Making Money in Educational Software*, Communications of the ACM,* 41, 2, 11-15.