ΔΟΜΙΚΟΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΣΜΟΣ, ΚΟΝΣΤΡΟΥΚΤΙΒΙΣΤΙΚΟΣ ΔΟΜΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΕΝΝΟΙΩΝ ΣΤΟ ΣΧΟΛΕΙΟ

Μπασέτας Κων/νος, Επικ. Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Κρήτης, Ελευθ. Βενιζέλου 27, Γαλάτσι – Αττικής, 11147. Τηλ. 01/2932818

Λέξεις Κλειδιά: δομικός πραγματισμός, κονστρουκτιβιστικός δομισμός και διδασκαλία βασικών αριθμητικών πράξεων, γνωστική μάθηση, γνωστικά σχήματα.
Θέμα: Επιστημολογία, φαντασία και νοητικά μοντέλα.
Επίπεδο Εκπαίδευσης: Δημοτικό σχολείο.
Κατηγορία: Θεωρητική – Φιλοσοφική.

Περίληψη

Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται κατ' αρχάς οι βασικές απόψεις του δομικού πραγματισμού (Strukturalistische Pragmatismus) και του κονστρουκτιβιστικού δομισμού (Konstruktivistische Strukturalismus) για την οικοδόμηση των γνώσεων, όπως αυτές συναντώνται στην πιαζετιανή και νεοπιαζετιανή γνωστική ψυχολογία (Piaget, Aebli, Steiner, Norman/ Rumelhart) και μάλιστα μέσα από το παράδειγμα της οικοδόμησης των βασικών αριθμητικών πράξεων και εννοιών στα παιδιά. Στη συνέχεια αναδεικνύονται μέσα από τη θεωρητική αυτή αντίληψη βασικές παιδαγωγικές και διδακτικές αρχές για την οικοδόμηση των βασικών αριθμητικών πράξεων στο σχολείο (γνωστική μάθηση, ευρετική μάθηση, ενεργηματική σκέψη, αυτοενίσχυση κτλ.), οι οποίες και αντιπαραβάλλονται (αντιπαρατίθενται) με τη σύγχρονη πρακτική της διδασκαλίας των αριθμητικών πράξεων στο δημοτικό σχολείο.

Η εργασία αυτή ολοκληρώνεται με μια πρόταση για τη διδασκαλία των βασικών αριθμητικών πράξεων στο δημοτικό σχολείο, σύμφωνα με τις αντιλήψεις των παραπάνω θεωριών, και μάλιστα στο παράδειγμα της διδασκαλίας των βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού.

Abstract

In this project, there are presented the fundamental theories of Structural Pragmatism's and Constructive Structuralism's concerning the construction of knowledge, as it is expressed by the Cognitive Psychology, through the example of constructing the basic arithmetic concepts and calculations for children.

Through these theories, basic pedagogical and teaching principles emerge regarding the construction of basic arithmetic calculations at school.

The project is completed with the suggestion relating to the basic arithmetic calculations at the primary school based upon the above mentioned theories.

Έννοια δομικού πραγματισμού (Strukturalistische Pragmatismus)

Ο δομικός πραγματισμός αποτελεί την επιστημονική εκείνη αντίληψη που θεωρεί ότι η σκέψη του ατόμου πηγάζει από την πράξη και ότι το δυναμικότερο κίνητρο για την ανάπτυξή της αποτελεί η ανάγκη του ατόμου για δράση (James W. 1907. Dewey J, 1964. Piaget J, 1958. Aebli H, 1980,1981. Leontiew A, 1982.).

Με άλλα λόγια η άποψη αυτή υποστηρίζει τη γένεση των νοητικών ενεργειών (Operationen) και των εννοιών (Begriffe) από την πράξη και εν μέρει από την αντίληψη, κατά το σχήμα:

ΠΡΑΞΗ → ΑΝΤΙΛΗΨΗ → ΝΟΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ → ΕΝΝΟΙΑ

Σύμφωνα με την επιστημολογική αυτή άποψη (Piaget, Aebli) α) η ανθρώπινη πράξη και δράση θεωρείται ως η πρώτη μορφή και πηγή για το σχηματισμό της ανθρώπινης εμπειρίας και γνώσης και με την έννοια αυτή β) οι πραξιακές γνώσεις αποτελούν την πρώτη και στοιχειώδη μορφή της ανθρώπινης γνώσης (φυλογενετικά και οντογενετικά) και γ) η σκέψη ορίζεται ως μια ικανότητα για συνειδητή οργάνωση (δόμηση) των πράξεων ή ως μια ικανότητα συσχετισμού των πράξεων, των νοητικών ενεργειών και εννοιών (Aebli, 1981).

1.1. Η γένεση των νοητικών ενεργειών και εννοιών από τα πραξιακά και αντιληπτικά σχήματα [1]

1.1.1. Η γένεση των νοητικών ενεργειών από τα πραξιακά σχήματα

Για τις θεωρίες του δομικού πραγματισμού οι νοητικές ενέργειες δημιουργούνται από τις πραγματικές δράσεις μέσω αφαίρεσης[2] (Piaget, 1958) ή αλλιώς οι νοητικές ενέργειες παριστάνουν την αφηρημένη όψη αυτού που στην πράξη

[1] Το σχήμα κατανοείται ως μια δομή γνώσεων, σχετικά αμετάβλητη κατά την επανάληψη και εφαρμογή της σε όμοιες ή παρόμοιες καταστάσεις.
[2] Abstraction a parti de l' action.

περιβαλλόταν με σάρκα και αίμα: μένει ο σκελετός, το πλέγμα των πραγματικών δράσεων. Γι' αυτό και η δομή της νοητικής πράξης είναι η ίδια με αυτή της πραγματικής πράξης.

Στο πραξιακό σχήμα π.χ. «ο παππούς πίνει ένα ποτήρι κόκκινο κρασί» η δομή του, που βρίσκεται στη σχέση μεταξύ ενός πότη και ενός ποτού, είναι η ίδια και στη νοητική ενέργεια «ο πότης πίνει ποτό». Ποια η διαφορά; Η διαφορά τους έγκειται στις λεπτομέρειες: Ενόσω κάποιος εκτελεί αυτή την πράξη πραγματικά, είτε εσωτερικά, με όλες τις λεπτομέρειες, γεμίζει δηλαδή ένα συγκεκριμένο ποτήρι με κόκκινο κρασί, που προσέχει να μην είναι σπασμένο το ποτήρι κτλ. (Μπασέτας, 1996, σελ. 59) η πράξη είναι πραγματική. Ενόσω κάποιος αφαιρεί τις λεπτομέρειες και φθάνει στην συνειδητοποίηση της σχέσης πότη και ποτού, η πράξη είναι νοητική.

Συνεπώς για τις θεωρίες του πραγματιστικού δομισμού οι νοητικές πράξεις πηγάζουν πράγματι από τις πραγματικές - εξωτερικά εκτελούμενες - πράξεις με τη διαδικασία που αναφέραμε. Στη συνέχεια θα ιδούμε ότι και οι έννοιες δημιουργούνται από τις πράξεις και τις νοητικές ενέργειες.

1.1.2. Η σχέση των πραξιακών σχημάτων και των σχημάτων των νοητικών ενεργειών με τις έννοιες

Τα σχήματα εννοιών ή απλώς έννοιες αποτελούν για τις θεωρίες του δομικού πραγματισμού τα στατικά αντίθετα των πράξεων (πραγματικών & νοητικών). Προέρχονται απ' αυτές, μόνο που οι έννοιες συλλαμβάνουν τη δομή της πράξης κατά ένα νέο τρόπο: αναπαριστούν την άχρονη δομή της πράξης. Αντί π.χ. η συγκεκριμενοποίηση της πράξης «διαίρεση ενός συνόλου σε τέσσερα κομμάτια να γίνει με την πράξη 1:4, συγκεκριμενοποιείται με το πηλίκο ¼ ή το αποτέλεσμα: ένα τέταρτο. Έχουμε δηλαδή μια αποστασιοποίηση της εννοιολογικής σκέψης από τα διαδραματιζόμενα στο χρόνο γεγονότα. Και βέβαια αυτή η «αντικειμενοποίηση» των πράξεων γίνεται με μια ορισμένη ψυχολογική διαδικασία όπου το άτομο αναλογιζόμενο ολόκληρη την πορεία της πράξης τη θεωρεί ως ενιαίο όλο και την αναπαριστά με μια απλούστερη δομή: μια λέξη, ένα μαθηματικό σύμβολο κτλ.

Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω, όλες οι λέξεις - έννοιες (π.χ. οξείδωση, διάβρωση κτλ.) αποτελούν προϊόντα αυτής της διαδικασίας της «αντικειμενοποίησης» και κατά συνέπεια και η κατανόησή τους πρέπει να γίνεται μέσα από την πράξη.

Στο σημείο αυτό θα μπορούσε να ρωτήσει κάποιος για το «τι σχέση έχουν όλα τα παραπάνω με τις μαθηματικές έννοιες και πράξεις καθώς επίσης και με τη διδασκαλία τους στο σχολείο».

1.2. Σχέση των ψυχολογικών νοητικών ενεργειών και εννοιών με τις μαθηματικές πράξεις και έννοιες

Για τη θεωρία του δομικού πραγματισμού δεν υπάρχουν μόνο ψυχολογικές και νοητικές ενέργειες του τύπου που παραπάνω περιγράψαμε, αλλά και μαθηματικές νοητικές ενέργειες και έννοιες.

Με την έννοια αυτή υπάρχει μια στενή σχέση ως προς τη δημιουργία τους μεταξύ των ψυχολογικών νοητικών ενεργειών και των αριθμητικών πράξεων: προέρχονται και αυτές από τις πραγματικές πράξεις και συσχετίζουν μεταξύ τους στοιχεία. Κάτι που σημαίνει ότι για να μάθει κάποιος μια μαθηματική πράξη πρέπει να κατανοήσει εν πρώτοις τις υποκρυπτόμενες στη δομή της πραγματικές, εξωτερικά εκτελούμενες, πράξεις.

Η εκμάθηση της πράξης του πολλαπλασιασμού π.χ. πρέπει να ξεκινά από προβληματικές καταστάσεις τέτοιες που να περιλαμβάνουν πραγματικές πράξεις μέσα στις οποίες να υποκρύπτεται η όλη δομή της αριθμητικής πράξης του πολλαπλασιασμού. Ή για να μάθει κανείς την «προπαίδεια» του πολλαπλασιασμού πρέπει οι μαθητές να αντιληφθούν τον πραξιακό χαρακτήρα της πράξης του πολλαπλασιασμού και να τον αντιπαραθέσουν επίσης με τον πραξιακό χαρακτήρα της πρόσθεσης (…και βεβαίως οι μαθητές θα πρέπει να κατανοήσουν και το σημείο (χ) που σηματοδοτεί την πράξη του πολλαπλασιασμού και τη διαφοροποίησή του από το σημείο (+) της πρόσθεσης κτλ).

Ανακεφαλαιώνοντας από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι α) οι αριθμητικές πράξεις έχουν πραξιακό χαρακτήρα και με την έννοια αυτή για να κατανοηθούν από τους μαθητές θα πρέπει αυτό που θα συμβολιστεί αργότερα ως μαθηματική πράξη (π.χ. 4+3=7 ή 4*3=12) να μπορούν νωρίτερα να το εκτελούν πραξιακά (εξωτερικά) ή να το αναπαριστούν στο μυαλό τους (βλ. Steiner 1998, σελ.278) και β) η μαθηματική σκέψη γενικότερα πηγάζει από τις πράξεις και τις στοιχειώδεις νοητικές ενέργειες και έννοιες. Αυτό το βασικό συμπέρασμα που αποτελεί και μια βασική διδακτική αρχή για τη διδασκαλία των θεμελιωδών αριθμητικών πράξεων και εννοιών δεν φαίνεται να εφαρμόζεται ή εφαρμόζεται ελλιπώς στο σχολείο. Μια απλή έρευνα στα βιβλία του δημοτικού σχολείου αρκεί για να επιβεβαιώσει κανείς το γεγονός αυτό. Κατά τον ίδιο ελλιπή τρόπο εφαρμόζεται και η δεύτερη βασική αρχή της δημιουργίας των βασικών αριθμητικών πράξεων και εννοιών δηλαδή του κονστρουκτιβιστικού δομισμού ο οποίος συμπληρώνει και συμπληρώνεται από το δομικό πραγματισμό. Γι' αυτόν τον κονστρουκτιβιστικό χαρακτήρα της γένεσης των μαθηματικών πράξεων και εννοιών θα αναφερθούμε στη συνέχεια.

2. Ο κονστρουκτιβιστικός δομισμός και ο συστηματικός δομικός χαρακτήρας των αριθμητικών πράξεων και εννοιών

2.1. Έννοια του κουνστρουκτιβιστικού δομισμού

Σύμφωνα με την αντίληψη του κονστρουκτιβιστικού δομισμού (Piaget, Aebli, Neisser, Rumelhart/ Norman) όλα τα πνευματικά προϊόντα (νοητικές ενέργειες, έννοιες, πραξιακά σχήματα) δημιουργούνται μέσω της οικοδόμησης: συσχετισμού και σύνδεσης προαποκτημένων γνώσεων από την ευρύτερη πνευματική δομή του ατόμου. Από το εξωτερικό περιβάλλον το άτομο δεν προσλαμβάνει έτοιμο τίποτε. Καμία νέα γνώση. Ούτε μέσω αντίληψης, ούτε μέσω

εκθέσεων και ανακοινώσεων. Αυτή η βασική θέση των σύγχρονων θεωριών και κυρίως των πιαζετιανών και νεοπιαζετιανών θεωριών μας οδηγεί στην ιδέα των «a priori» του Kant [3].

Πρόκειται με άλλα λόγια για έναν κονστρουκτιβιστικό ή οικοδομικό «απριορισμό» που δείχνει, κατά τη γνώμη μας, τη συγγένεια της πνευματικής και βιολογικής ζωής του ανθρώπου: κατ' αρχήν οικοδόμηση στοιχειωδών πραξιακών σχημάτων μέσω συντονισμού ή τροποποίησης των κληρονομούμενων αντανακλαστικών κινήσεων, ύστερα δημιουργία συνθετότερων πράξεων, στη συνέχεια δημιουργία νοητικών ενεργειών κ.τ.λ..

Πιο συγκεκριμένα σε όλες αυτές τις θεωρίες συναντά κανείς την έννοια της οικοδόμησης των γνώσεων μέσω παραγωγής σχέσεων και σύνδεσης (Mise en relation, όπως θα έλεγε και ο Piaget). Π.χ. από το συσχετισμό - σύνδεση της έννοιας «χρόνος» με την έννοια «απόσταση» δημιουργείται το γνωστικό σχήμα της ταχύτητας ή από το γνωστικό σχήμα «υδρόμυλος» μέσω τροποποίησής του δημιουργείται το γνωστικό σχήμα «υδροηλεκτρικό εργοστάσιο» κτλ.

Ειδικότερα στη θεωρία για τη σημασιολογική μνήμη βρίσκει κανείς πολλές αναφορές τόσο για την κωδικοποίηση και αναπαράσταση των γνώσεων (θεωρία των σχημάτων) όσο και για το πώς μαθαίνει κάποιος να οικοδομεί τις γνώσεις του. Έτσι πληροφορούμαστε ότι οι έννοιες αποτελούν επιμέρους στοιχεία συμπεριληπτικότερων δομών γνώσεων (αφομοιωτικών σχημάτων) και αυτές άλλων ιεραρχικά ή μη ιεραρχικά δομημένων κτλ. Άρα λοιπόν οι γνώσεις δεν αποτελούν αλυσίδες από επιμέρους γνώσεις, (του τύπου Ε → Α → Ε → Α ή συνδέσεις ιδεών και ιδεών κτλ.), αλλά οργανωμένα συστήματα ή σύνολα επιμέρους γνώσεων που συμπυκνώνονται ή αντικειμενοποιούνται σε συμπεριληπτικότερες έννοιες - έτοιμες με τη σειρά τους να συνδεθούν με άλλες (πρβλ. λειτουργίες γνωστικών σχημάτων).

Συμπεραίνοντας από τα παραπάνω μπορούμε να πούμε ότι α) ο κονστρουκτιβιστικός δομισμός μας διδάσκει ότι για να οικοδομήσει ένας μαθητής μια νοητική ενέργεια ή μια έννοια πρέπει όλα τα στοιχεία από τα οποία θα σχηματιστεί η έννοια να συμπεριλαμβάνονται στο ρεπερτόριο αυτού που οικοδομεί τη νέα αυτή έννοια (Αξία προαποκτημένων γνώσεων και σημασία συσχετισμού και σύνδεσης της παλιάς και της νέας γνώσης) β) αφού η οικοδόμηση μιας νέας έννοιας ή νοητικής ενέργειας οφείλεται αποκλειστικά στις προαποκτημένες γνώσεις του ατόμου, η οικοδόμηση μιας νέας έννοιας είναι κατά συνέπεια υπόθεση αυτού που μαθαίνει (ενεργητική συμμετοχή του ατόμου στην επεξεργασία της γνώσης, ενεργηματική σκέψη [4]).

Ας επανέλθουμε όμως στις μαθηματικές έννοιες και πράξεις για να πούμε ότι αυτές δεν διακρίνονται μόνο για τον πραξιακό τους χαρακτήρα, όπως ο δομικός πραγματισμός μας διδάσκει, αλλά και για τον κονστρουκτιβιστικό τους χαρακτήρα και την οργάνωσή τους σε συστήματα συνόλου, τις δομές ή σχήματα.

2.2. Η οργάνωση των αριθμητικών εννοιών και πράξεων σε συστήματα συνόλου (δομές) και η διδασκαλία τους

2.2.1. Οι αριθμητικές πράξεις και έννοιες ως δομές γνώσεων

Για τον κονστρουκτιβιστικό δομισμό οι αριθμοί αποτελούν έννοιες (Piaget/ Szeminska,1941. Aebli, 1980), όπως π.χ. είναι η έννοια της «ταχύτητας», της «οξείδωσης» ή του «εκτελωνισμού». Άρα και οι αριθμοί ως έννοιες αποτελούν επιμέρους δομές ή στοιχεία γνώσεων έτοιμες για να συσχετισθούν με άλλους αριθμούς – έννοιες και αυτοί με άλλους κοκ. και να δημιουργηθούν νέοι αριθμοί και αριθμητικά πλέγματα εννοιών (δομές αριθμητικών εννοιών). Ο αριθμός 6 π.χ. ως έννοια μπορεί να παρουσιασθεί ως εξής:

Το 6 είναι ένα περισσότερο από το 5 (6=5+1)

Το 6 είναι ένα λιγότερο από το 7 (6=7-1)

Το 6 είναι το ½ του 12 (6=12:2 ή 6=1/2 .12)

Το 6 είναι το διπλάσιο του 3 (6=2*3)

Το 6 είναι το 1/3 του 18 (6= 18:3 ή 1/3 *18)

Ο αριθμός βεβαίως τέτοιων «προτάσεων» (propositionen) θεωρητικά είναι απεριόριστος, όπως απεριόριστοι είναι και οι αριθμοί. Σημασία δεν έχει να βρει κανείς όλους τους συσχετισμούς, του 6 π.χ. στην περίπτωση μας, αλλά να διαπιστώσει ότι τέτοιες «προτάσεις» που συσχετίζουν τον αριθμό 6 δεν φανερώνουν τίποτε άλλο από τη σημασία της έννοιας 6.

Αυτό το πλέγμα ή η δομή των σημασιών του αριθμού – έννοιας 6 μπορεί να αναπτυχθεί και να συμπεριλάβει και άλλους παρόμοιους συσχετισμούς, όπως π.χ. ότι το 6 είναι η ρίζα του 36 ($6 = \sqrt{36}$) κτλ. Έχει δηλαδή το αριθμητικό αυτό γνωστικό σχήμα κενές θέσεις, όπως ακριβώς και οι έννοιες του τύπου που αναφέραμε πιο πάνω, για να συμπεριλάβει και άλλα στοιχεία - όπως και να διευρυνθεί, συνδυαστεί και τροποποιηθεί.

Με την έννοια αυτή για να οικοδομήσει κάποιος τέτοια αριθμητικά συστήματα εννοιών (αφομοιωτικά σχήματα) πρέπει να οικοδομήσει από το ένα μέρος τις δομές αυτών των αριθμητικών εννοιών και από το άλλο μέρος να τις επεξεργάζεται πλήρως (να συσχετίζει δηλαδή όσο περισσότερες επιμέρους έννοιες – στοιχεία του αριθμητικού δικτύου μπορεί, ανάλογα βέβαια και με το μαθησιακό επίπεδο).

Έτσι κινείται κανείς στην περιοχή της στοιχειώδους γνωστικής μάθησης (Steiner, 1988, σελ. 280 και έξης) όταν οικοδομεί τις στοιχειώδεις αυτές μαθηματικές έννοιες. Κατά τον ίδιο τρόπο δομές έχουν και οι μαθηματικές πράξεις.

---

[3] Η νέα γνώση, δηλαδή, εξαρτάται από την υποκειμενική δυνατότητα του πνεύματος την οποία φέρει μαζί του το άτομο κατά τη στιγμή της αντιπαράθεσής του με το εξωτερικό περιβάλλον με τη διαφορά βεβαίως ότι καμιά δομή δεν είναι από την αρχή δοσμένη.

[4] Operatives Denken.

Π.χ. η στοιχειώδης αριθμητική πράξη 4+3=7. Ποια η δομή της; Το ίδιο το αποτέλεσμα $\frac{1234/123}{0000/000}$, στο οποίο υποκρύπτονται οι επιμέρους πράξεις που τη συνθέτουν, όπως:

- Η ένα προς ένα αρίθμηση.
- Η εξακρίβωση των στοιχείων της.
- Η ένωση δύο συνόλων.
- Ο συσχετισμός της διαδικασίας της αρίθμησης του ενός και του άλλου συνόλου και η μεταξύ τους σύνδεση (Μπασέτας 1996).

Σχηματικά:

0 0 0 0 + 0 0 0

1η Διαδικασία 1,2,3,4, -----

2η Διαδικασία ------ 1, 2, 3,

3η Διαδικασία 1,2,3,4, 5, 6, 7,

Συμπέρασμα 4 + 3

= 7

Στην παραπάνω σχηματική παράσταση παρατηρεί κανείς ότι όλα τα στοιχεία της εν λόγω αριθμητικής πράξης ή γνωστικού σχήματος εμπεριέχονται στο πνευματικό ρεπερτόριο αυτού που οικοδομεί την πράξη (του μαθητή). Ακόμη και η σημασία του αποτελέσματος, η νέα γνώση, δεν είναι και τόσο νέα για το μαθητή. Το αποφασιστικό, και η νέα γνώση στην προκειμένη περίπτωση, είναι ο συσχετισμός των στοιχείων της συνθετικής δομής του αποτελέσματος. Πιο συγκεκριμένα όταν, κατά την αρίθμηση των στοιχείων του πρώτου και του δεύτερου συνόλου, «δει» ο μαθητής ότι το α΄ στοιχείο του β΄ συνόλου παίρνει στο γενικό αποτέλεσμα τη θέση 5, το β΄ τη θέση 6 και το γ ΄ στοιχείο τη θέση 7.

Αυτός ο συσχετισμός και η σύνδεση του πρώτου συνόλου με το δεύτερο αποτελεί και την πραγματική οικοδόμηση του γνωστικού σχήματος «πρόσθεση ως ένωση δύο συνόλων». Αν δεν συμβεί κατ' αυτόν τον τρόπο η οικοδόμηση τότε ο μαθητής δεν έχει οικοδομήσει τη σημασιολογική δομή της νοητικής πράξης. Απλώς έχει «διαβάσει» πιθανώς το αποτέλεσμα από τα δεδομένα του προβλήματος και έχει σχηματίσει απλώς έναν συνειρμό: 4+3 =7.

Στη συνέχεια και όταν έχει οικοδομήσει κανείς αυτό το γνωστικό σχήμα τότε παίρνοντας ως αφετηρία αυτό, μπορεί, ευρετικά πλέον, να οικοδομήσει και τη σημασιολογική δομή και άλλων γειτονικών και συγγενών αριθμητικών πράξεων ή αλλιώς να διευρύνει τη δομή του γνωστικού αυτού σχήματος, συσχετίζοντάς το και συνδέοντάς το με άλλα αριθμητικά γνωστικά σχήματα κτλ.

Η οικοδόμηση των αριθμητικών πράξεων μέσω παρόμοιων συσχετισμών και συνδέσεων είναι εκείνο που διαφοροποιεί αυτό που λέμε «γνωστική ή δομική μάθηση» από τη μηχανική μάθηση.

Ή αλλιώς κατά τη διδασκαλία των αριθμητικών πράξεων και εννοιών, μεγάλη σημασία δεν έχει τόσο η προσπάθεια εύρεσης του αποτελέσματος όσο η προσπάθεια να δημιουργήσει κανείς συσχετισμούς και συνδέσεις μεταξύ των αριθμητικών πράξεων και εννοιών και μάλιστα ύστερα από τις πραξιακά εκτελούμενες δράσεις των μαθητών.

Ας σημειωθεί όμως ότι η εφαρμογή, κατά τη διδασκαλία των αριθμητικών πράξεων και εννοιών, μόνο της «πραγματιστικής» αντίληψης ή της δημιουργίας προβληματικών καταστάσεων μέσω εικόνων που βοηθούν τους μαθητές στην εύρεση του αποτελέσματος με απλή ανάγνωση των δεδομένων (lectures des donees) δεν αποτελούν γνωστική μάθηση ή μάθηση με κατανόηση, αλλά μια απλή μηχανική μάθηση. Αλλά πώς πρέπει να διδάσκει κανείς τις βασικές αριθμητικές πράξεις και έννοιες σύμφωνα με το δομικό πραγματισμό και τον κουνστρουκτιβιστικό δομισμό; Και πώς τις διδάσκει κανείς σήμερα στο ελληνικό δημοτικό σχολείο;

2.2.2 Η σημερινή πρακτική κατά τη διδασκαλία των βασικών αριθμητικών εννοιών και πράξεων στο σχολείο

Ερευνώντας τα βιβλία του μαθητή στις Α΄ και Β΄ τάξεις του ελληνικού δημοτικού σχολείου εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι η διδασκαλία όλων των βασικών αριθμητικών εννοιών και πράξεων που διδάσκονται σε αυτές δεν λαμβάνει χώρα, αν και απαιτείται από το αναλυτικό πρόγραμμα, σύμφωνα με τις παραπάνω αρχές της γνωστικής μάθησης. Δεν εφαρμόζονται, κατά τη γνώμη μας, ούτε η διδακτική αρχή του συσχετισμού και σύνδεσης παλιών και νέων γνώσεων, ούτε και εκείνη της μάθησης μέσα από τις πραγματικές δράσεις των μαθητών. Αντί αυτών εφαρμόζονται κυρίως βασικές αρχές της συνειρμικής μάθησης μέσα από προβληματικές καταστάσεις που ευνοούν την εύρεση του αποτελέσματος των αριθμητικών πράξεων, ύστερα από απλή ανάγνωση των δεδομένων.

Πιο συγκεκριμένα:

Ας πάρουμε για παράδειγμα τη διδασκαλία της προπαίδειας του πολλαπλασιασμού ή των στοιχειωδών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού. Πώς διδάσκονται στη Β΄ τάξη του δημοτικού σχολείου;

α) Στην αρχή η δασκάλα παρουσιάζει σε επιμέρους διδακτικές ώρες το σχηματισμό του γινομένου ζευγών από αριθμούς μέσα από την εικόνα (εικόνα, όχι πράξη) π.χ. 5*3= ;

Για να βρει ο μαθητής το αποτέλεσμα η δασκάλα παρουσιάζει: 1) στον Πίνακα ή μέσα από το βιβλίο την εικόνα 5 σειρών μπαλονιών από τρία μπαλόνια η κάθε σειρά.

Σχηματικά:

0 0 0
0 0 0
0 0 0

0 0 0
0 0 0

2) Στη συνέχεια ρωτά τα παιδιά πόσες είναι οι τριάδες.

3) Τα παιδιά αριθμώντας τις σειρές εξακριβώνουν ότι είναι 5.

4) Στη συνέχεια τα παιδιά αντικαθιστούν την κάθε σειρά με τον αριθμό τρία και σχηματίζουν μια αλυσίδα από προσθετέους με επανάληψη του αριθμού 3. Δηλαδή. 3+3+3+3+3 = ; /5.

5) Σε μια τελευταία διαδικασία οι μαθητές εξακριβώνουν ότι 5*3 = 15 (πρβλ. βιβλίο μαθηματικών, Β΄ τάξεως, τ. 2ος, σελ. 103 και 105).

Κατά τον ίδιο τρόπο γίνεται η διδασκαλία και άλλων στοιχειωδών πράξεων του πολλαπλασιασμού, π.χ. 4*4, 5*6, 5*9 κοκ.

β) Σε ένα δεύτερο βήμα μαθαίνουν οι μαθητές να βρίσκουν το αποτέλεσμα παρόμοιων αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού, ύστερα από την παρουσίαση σχετικών εικόνων, όπως προηγουμένως, παραλείποντας όμως τώρα να συσχετίζουν την εύρεση του αποτελέσματος της πράξης του πολλαπλασιασμού με την πρόσθεση, αφού σημειώνουν απ' ευθείας την πράξη και το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού. Σχηματικά στο παράδειγμα της πράξης 2*3:

0 0 0
0 0 0
2 * 3 = 6

Σ' αυτό το δεύτερο βήμα η εκμάθηση κάθε βασικής αριθμητικής πράξης του πολλαπλασιασμού συνοδεύεται και από τη διδασκαλία εύρεσης του γινομένου του ίδιου ζεύγους αριθμών σύμφωνα με την αντιμεταθετική ιδιότητα. Δηλαδή αμέσως μετά την εξακρίβωση του αποτελέσματος 2*3=6 διδάσκεται και η εύρεση του αποτελέσματος της αριθμητικής πράξης 3*2=6.

Παρ' ότι επιχειρείται εδώ ένας συσχετισμός μιας αριθμητικής πράξης με μια άλλη συγγενή πράξη, πράγμα που είναι επιθυμητό για τη γνωστική μάθηση, εντούτοις αυτός ο συσχετισμός παραμένει ανώφελος και μη διακριτός από τους μαθητές αφού και το αποτέλεσμα αυτής της Β΄ πράξης βρίσκεται ή διδάσκεται κατά τον ίδιο τρόπο, όπως και στην προηγούμενη αριθμητική πράξη, χωρίς δηλαδή τη διαδικασία της οικοδόμησης που είναι ο συσχετισμός της παλιάς αριθμητικής πράξης και σύνδεσής της με τη νέα (να πουν δηλαδή οι μαθητές αφού 2*3=6 το 3*2 θα κάνει πάλι 6, γιατί αν στην πρώτη πράξη έπαιρνα 2 αντικείμενα την κάθε φορά αντί για 3, τότε θα έπαιρνα συνολικά 4 αντικείμενα και όχι 6. Δηλαδή 2*2=4. Για να ξαναπάρω το ίδιο αποτέλεσμα θα πρέπει να πάω άλλη μια φορά να πάρω από 2 αντικείμενα. Άρα 3*2=6).

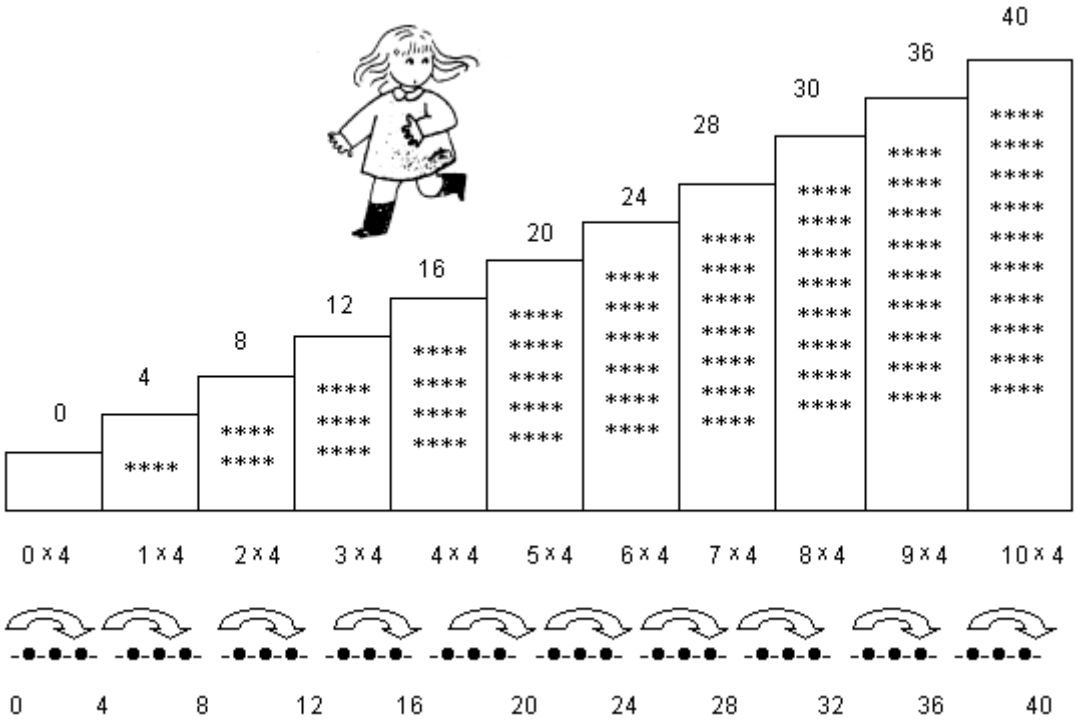
Άρα για να διδάξει κάποιος την αρχή της αντιμεταθετικότητας στους μαθητές, με βάση την κονστρουκτιβιστική αρχή θα πρέπει οι μαθητές να γνωρίζουν και κάποιες άλλες θεμελιώδεις αριθμητικές πράξεις, όπως είναι οι συσχετιστικές πράξεις «συν ένα» και «πλην ένα» που χρησιμοποιήθηκαν στο παράδειγμά μας. Εν πάση περιπτώσει η ανάγνωση των δεδομένων ή η αντιστοίχηση των δομών των δύο πράξεων και η απαρίθμηση των στοιχείων τους δεν φθάνουν για την κατανόηση «του γιατί» οι αριθμητικές πράξεις «2*3» και «3*2» μας δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα.

γ) Σε ένα τρίτο βήμα κατά τη διδασκαλία των βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού η δασκάλα (ή το βιβλίο) ζητεί από τα παιδιά να ονομάσουν το αποτέλεσμα αρκετών πράξεων του πολλαπλασιασμού με παράγοντες αριθμούς από το 1 –10. Γίνεται δηλαδή μια προσπάθεια για τη διδασκαλία του γνωστού μας «Πυθαγόρειου πίνακα». Η διδασκαλία αυτή γίνεται σχεδόν πάντα με βάση το ίδιο υλικό, δηλαδή τις εικόνες από μπαλίτσες, λουλούδια κτλ. (σελ. 108 & 109) και το ίδιο μοτίβο:

«Πόσες είναι οι σειρές; ……/3»
«Πόσα έχει η σειρά; ……/5»
«Πόσα είναι όλα ;……/15»
5+5+5=15
άρα 3*5=15 (σελ. 113).

Έχουμε δηλαδή και εδώ μια «ανάγνωση» απλή του αποτελέσματος των επιμέρους αριθμητικών πράξεων με τις παλιές, πέραν εκείνου του συσχετισμού τους που γίνεται με την πράξη της πρόσθεσης, κατά έναν, όμως, ομοιόμορφο κάθε φορά τρόπο.

δ) Στο τέταρτο βήμα διδάσκεται η προπαίδεια του πολλαπλασιασμού πάλι με βάση την εικόνα, αλλά με ποιο αφηρημένα σύμβολα εικόνων και την αριθμογραμμή (βιβλίο Β΄ τ.2, σελ 116 – 126), όπως δείχνει και το σχήμα:



Το πώς και πόση βοήθεια μπορεί να δώσει η εικόνα του παιδιού, που κατεβαίνει τα σκαλοπάτια, στους μαθητές για κατανόηση της πράξης του πολλαπλασιασμού με βάση τον αριθμό 4, «προπαίδεια του 4», καθένας μπορεί να κάνει τα δικά του σχόλια.

Το σίγουρο είναι κατά τη γνώμη μας, ότι οι μαθητές και σε αυτή την περίπτωση «διαβάζουν» απλώς τα δεδομένα της εξωτερικής προβληματικής κατάστασης και δημιουργούν εκ των υστέρων μια αλυσίδα αριθμητικών γνώσεων γύρω από τους αριθμούς 1 – 10, στην περίπτωσή μας γύρω από τον αριθμό 4. Αν η συνέχεια αυτής της αριθμητικής αλυσίδας λυθεί, τότε τα παιδιά δυσκολεύονται να απαντήσουν στις απλές πράξεις του πολλαπλασιασμού, όπως π.χ. στην πράξη 7*9 που άλλοτε δίνει αποτέλεσμα 63 και άλλοτε 72 ή 56. Το τελευταίο αυτό συμβαίνει γιατί δεν οικοδομούν οι μαθητές το αποτέλεσμα των επιμέρους βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού από τις επιμέρους γνωστές αριθμητικές πράξεις, ώστε όχι μόνο να τις κατανοούν αλλά και να μπορούν να ελέγχουν μόνοι τους τα αποτελέσματα και στη συνέχεια να δημιουργούν οργανωμένα συστήματα από επιμέρους πράξεις του πολλαπλασιασμού στη μακροπρόθεσμη μνήμη τους - κάτι που βοηθά την εύκολη ανάκλησή τους στην κατάλληλη στιγμή κτλ.

2.2.3 Η διδασκαλία των βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού κατά την κονστρουκτιβιστική αντίληψη. Μια πρόταση για μάθηση με κατανόηση

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε παραπάνω για τον κονστρουκτιβιστικό δομισμό οι μαθητές πρέπει να οικοδομούν γύρω από τις βασικές αριθμητικές πράξεις του πολλαπλασιασμού δομές αριθμητικών γνώσεων ή γνωστικά σχήματα αριθμητικών εννοιών και πράξεων. Με την έννοια αυτή σκοπός μιας τέτοιας μάθησης, στην περίπτωση της διδασκαλίας των βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού, είναι η δημιουργία αριθμητικών συνδέσεων συσχετισμών μεταξύ αριθμητικών πράξεων και μεταξύ τους σύνδεση.

Έτσι π.χ. στο παράδειγμα της μάθησης και διδασκαλίας «της προπαίδειας, του πολλαπλασιασμού» ή των βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού θα μπορούσε κανείς ξεκινώντας από μια απλή αριθμητική πράξη που ήδη έχουν μάθει οι μαθητές μέσα από πραγματικές δράσεις, να οικοδομήσει σε κάποιον μια νέα «αριθμητική δομή» ή ολόκληρα δίκτυα αριθμητικών δομών για τις βασικές αριθμητικές πράξεις του πολλαπλασιασμού.

Συγκεκριμένα:

Ξεκινώντας π.χ. ο δάσκαλος από τη γνωστή για τους μαθητές μαθηματική πράξη 2*2=4 θα μπορούσε κατά έναν ευρετικό τρόπο να τους βοηθήσει να ανακαλύψουν και το αποτέλεσμα πλήθους άλλων αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού, κυρίως των συγγενών και γειτονικών με αυτήν, όπως των πράξεων 4*2, 3*2, 4*4 και κατ' αυτόν τον τρόπο να οικοδομήσουν πράγματι οι μαθητές ένα αριθμητικό σύστημα από επιμέρους συγγενείς αριθμητικές πράξεις.

Η διαδικασία που προτείνεται θα μπορούσε να είναι:

Γνωρίζουμε ότι το 2*2 =4. Μήπως μπορούμε, με βάση (αφετηρία) αυτήν την αριθμητική πράξη του πολλαπλασιασμού, να βρούμε και πιο είναι το αποτέλεσμα της πράξης 4*2 ;

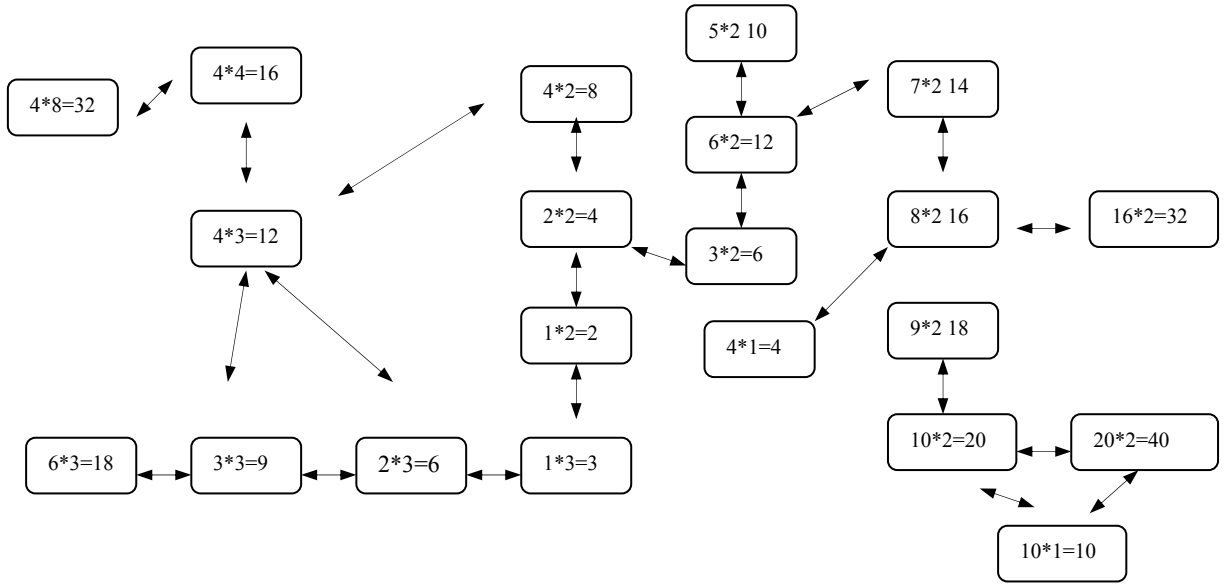
Οι μαθητές αφού συσχετίσουν τα στοιχεία της νέας αριθμητικής πράξης με τα στοιχεία της παλιάς είναι δυνατόν να εξακριβώσουν το αποτέλεσμα: δηλαδή 4*2=8 (οι μαθητές δηλαδή παρατηρούν ότι πρόκειται στην ουσία για την ίδια

αριθμητική πράξη μόνο που στη νέα, την άγνωστη, πάει κάποιος διπλάσιες φορές π.χ. στην αποθήκη, για να πάρει τον ίδιο με την πρώτη πράξη αριθμό πραγμάτων. Αφού λοιπόν 2*2=4 τότε 4*2=8).

Ακριβώς το ίδιο μπορεί να γίνει και με την αριθμητική πράξη του πολλαπλασιασμού 3*2. Ύστερα από το συσχετισμό αυτής της πράξης με την παλιά (2*2), παρατηρεί ότι στη νέα παίρνει κάποιος άλλη μια φορά από 2 πράγματα. Έτσι αφού το 2*2=4 το 3*2 θα έχει +2 περισσότερα: 4+2=6. Άρα 3*2=6. Το ίδιο μπορεί να γίνει και με το 2*4. Και η πράξη αυτή είναι ίδια με την 2*2, μόνο που εδώ δεν παίρνει κανείς 2 πράγματα κάθε φορά, αλλά 4, δηλαδή διπλάσια από ό,τι στη γνωστή μας πράξη (4+4 αντί 2+2). Άρα διπλάσιο θα είναι και το αποτέλεσμα: 2*4=8, αφού 2*2=4 (πρβ. Μπασέτας, 1996, Steiner, 1998).

Όπως εύκολα μπορεί να παρατηρήσει κανείς, κατά τη διαδικασία αυτή οικοδόμησης και μάθησης των απλών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού, δεν μας ενδιαφέρει και τόσο το αποτέλεσμα της νέας πράξης, όσο η δημιουργία ενός συσχετισμού της γνωστής αριθμητικής πράξης με τη νέα προς μάθηση ή οικοδόμηση αριθμητική πράξη, και η μεταξύ τους σύνδεση και στη συνέχεια συσχετισμός και σύνδεση αυτών με άλλες κοκ.

Συνεχίζοντας κανείς τη διδασκαλία των βασικών αριθμητικών πράξεων του πολλαπλασιασμού κατά τον ίδιο τρόπο βοηθάει τους μαθητές να δημιουργήσουν ένα σύστημα πολλαπλών αριθμητικών συσχετισμών και συνδέσεων μεταξύ συγγενών και γειτονικών αριθμητικών πράξεων (δηλαδή σημασιολογικών δομών), όπως στο σχήμα (πρβλ. Steiner, 1998 σελ. 290):



Σχήμα 1: Μέρος σημασιολογικής δομής της «προπαίδειας του πολλαπλασιασμού» 1*2, 2*2, κλπ.

Όπως εύκολα μπορεί να παρατηρήσει κανείς από το παραπάνω σχήμα, οι συσχετισμοί και συνδέσεις μεταξύ των επιμέρους βασικών αριθμητικών πράξεων γίνονται με τη βοήθεια άλλων απλούστερων αριθμητικών πράξεων, όπως στην περίπτωσή μας είναι οι θεμελιώδεις συσχετιστικές πράξεις «συν ένα» και «πλην ένα», όπως επίσης και οι αριθμητικές έννοιες «μισό» και «διπλάσιο». Εν πάση περιπτώσει έχουμε ένα πλέγμα συσχετισμών μεταξύ γειτονικών και συγγενών αριθμητικών δομών.

3. Επίλογος

Ολοκληρώνοντας την εισήγησή μας αυτή θέλουμε να προσθέσουμε ότι:

1) Ο συστηματικός αυτός χαρακτήρας της μάθησης που προκύπτει από το συνεχή συσχετισμό και σύνδεση παλιών και νέων γνώσεων στο παράδειγμα των βασικών αριθμητικών πράξεων, και όχι μόνο, είναι προτιμότερος από τη μάθηση εκείνη που συνήθως λαμβάνει χώρα τις περισσότερες φορές στο σημερινό σχολείο και που αναφέραμε παραπάνω (πρβλ. Steiner, 1988, σελ. 275).

2) Η αποτελεσματικότητα της δομικής μάθησης έγκειται στο γεγονός ότι βοηθάει πολύ το μαθητή να οργανώσει καλύτερα τη γνώση του και να την ανακαλεί ευκολότερα, κάτι που δε συμβαίνει με την εκμάθηση μεμονωμένων πράξεων ή έστω μιας ακολουθίας συνειρμικών σειρών από αριθμητικές πράξεις του τύπου 1*2=2, 2*2=4, 3*2=6, 4*2=8 κτλ.

3) Η δομική γνωστική μάθηση βοηθάει το μαθητή στη «μάθηση της μάθησης» αφού οι συσχετισμοί βοηθούν σε αυτόνομες και αυτοδύναμες ευρέσεις του αποτελέσματος των πράξεων, αλλά και στην αυτοενίσχυση του μαθητή (επειδή οι συσχετισμοί επιτρέπουν τον αυτοέλεγχο της επιτυχίας των προσπαθειών των μαθητών κατά τη λύση των αριθμητικών πράξεων).

4) Η συστηματική μάθηση βοηθάει το μαθητή να κωδικοποιεί κατά έναν καλύτερο τρόπο τη σημασιολογική δομή των γνώσεών του αντί του πλήθους των κωδικοποιήσεων (οπτικό, ακουστικό, κινητικό) που γίνονται κατά τη μηχανική συνειρμική μάθηση μέσω της διαδικασίας της απλής ανάγνωσης των δεδομένων.

5) Μια προσπάθεια εκ μέρους των σχεδιαστών των αναλυτικών προγραμμάτων αλλά και των εκπαιδευτικών για δημιουργία προβληματικών καταστάσεων τέτοιων ώστε οι μαθητές να εφαρμόζουν συνεχώς τις προηγούμενα αποκτημένες γνώσεις τους κατά τις νέες μαθήσεις πολύ θα βοηθούσαν τους μαθητές όχι μόνο στην καλύτερη αφομοίωση των νέων γνώσεων και στη «μάθηση της μάθησης» αλλά και στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και της δημιουργικότητάς τους.

6) Τέλος δεν πρέπει να ξεχνά κανείς ότι η δομική διαδικασία μάθησης πρέπει να συνδυάζεται πάντοτε και με την πραγματιστική δομική αντίληψη για τη μάθηση που έχει να κάνει με το συγκεκριμένο τρόπο παρουσίασης των αντικειμένων διδασκαλίας. Αυτό είναι απολύτως απαραίτητο όταν έχει να κάνει κανείς με μαθητές μικρών ηλικιών, αλλά και με μαθητές μεγαλύτερων ηλικιών, όταν τα αντικείμενα είναι δύσκολα, πολύπλοκά και ξένα προς τις εμπειρίες τους.

Βιβλιογραφία

Aebli, H. (1976). Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett.
Aebli, H. (1980- 81). Denken: Das ordnen des Tuns, Bd, 1,2. Stuttgart: Klett.
Aebli, H. (1983). Zwoeff Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett.
Aeschbacher, U. (1986). Unterrichtsziel: Verstehen. Stuttgart: Klett.
Βιβλία μαθηματικών, Α΄ + Β΄ τάξεων Δημοτικού. (1998). εκδ. Αθήνα, ΟΕΔΒ.
Βοσνιάδου, Σ. (1998). Γνωσιακή ψυχολογία. Αθήνα: Gutenberg
James, W. (1907). Pragmatism. New York.
Κουλαϊδης, Β. (επιμ.) (1994). Αναπαραστάσεις του φυσικού κόσμου, Αθήνα: Gutenberg.
Leontiew, A. (1997). Taetigkeit, Bewuβtsein, Persoenlichkeit. Koeln: Pahl - Rugenstein.
Μπασέτας, Κ. (1996). Η μάθηση και η διδασκαλία κατά τη γνωστική – νεοπιαζεντιανή ψυχολογία του Η. Aebli, Αθήνα: Gutenberg.
Neisser, U. (1974). Kognition U. Wirklichkeit. Stuttgart: Klett.
Norman, D, / Rumelhart.D. (19786), Strukturen des Wissens. Stuttgart: Klett.
Piaget, J. (1958). Η ψυχολογία της νοημοσύνης. Αθήνα: «Αθήνα».
Piaget, J, & Szeminska, A. (1965). Die Entwicklung des Zahlbegriffs, beim kinde. Stuttgart: Klett.
Reusser, K, & Reusser – Weyeneth. (1994). Vertsehen. Bern: Huber.
Steiner, G. (1998). Lernen. Bern: Huber.
Steiner, G. (1978), Piaget und die Folgen. Zurich: Kindler.