

# Η συμμετρία και η αξιοποίηση της ως εργαλείο στη διδακτική των Φυσικών Επιστημών

**Skountzos Pan., Skountzos Ant.**

Dr. Professor of Physics of TEI Peiraious,  
PAN\_SKOU@YAHOO.COM

Physicist Laboratory assistant of TEI Peiraious,  
ASKPHYRH@YAHOO.COM

Θεματική Ενότητα: Ειδικά διδακτικά θέματα

Επίπεδο Εκπαίδευσης: Τριτοβάθμια εκπαίδευση, Λύκειο

Κατηγορία Εργασίας: Θεωρητική – Φιλοσοφική

**Περίληψη:** Η Συμμετρία αποτελεί μια σημαντική έννοια των Μαθηματικών, της Φυσικής, της Χημείας και της Βιολογίας. Έχει εφαρμογή στη Μουσική, στην Αρχιτεκτονική, στη γλυπτική καθώς και σε όλες τις άλλες καλές τέχνες και τη συναντάμε ακόμη σε αμέτρητες άλλες μορφές που εμφανίζονται τόσο στην έμβια όσο και στην άβια φύση. Στη σύγχρονη φυσική, ιδιαίτερα, η συμμετρία είναι μια πολύ κρίσιμη έννοια. Οι θεμελιώδεις αρχές της συμμετρίας υπαγορεύουν τους βασικούς νόμους της φύσης, ελέγχουν τη δομή της ύλης και ορίζουν τις θεμελιώδεις δυνάμεις της.

Παρ' όλα αυτά, ενώ με τη παράθεση μερικών παραδειγμάτων αναδεικνύεται η σπουδαιότητα του ρόλου της συμμετρίας στη φυσική για τους μαθητές του λυκείου, διαπιστώνουμε την πλήρη παράληψη του όμορφου και βασικού αυτού διδακτικού εργαλείου από τα αναλυτικά προγράμματα της φυσικής, όχι μόνο του Λυκείου αλλά και από τη διδασκαλία της φυσικής στα πρώτα έτη των Πανεπιστημιακών τμημάτων.

Η βαθιά συσχέτιση των αρχών της συμμετρίας με την κατανόηση από εμάς της φύσης, είναι κυρίως προϊόν του 20<sup>ου</sup> αιώνα που ξεκίνησε με τη νέα θεώρηση της φυσικής από τον Αϊνστάιν. Η πλήρης απουσία της έννοιας της συμμετρίας από τη διδασκαλία της φυσικής σήμερα, εκφράζει μια προσκόλληση στις απόψεις του 19<sup>ου</sup> αιώνα, από τις οποίες δυστυχώς φαίνεται ότι διαπνέεται το «νέο» αναλυτικό πρόγραμμα.

Πιστεύουμε ότι οι μαθητές έλκονται και παρακινούνται από τα ιδιαίτερα προβλεπόμενα επιτεύγματα της σύγχρονης φυσικής, π.χ., τους ημιαγωγούς, τα laser, τους υπεραγωγούς, τα υπερρευστά, το σχηματισμό των γαλαξιών, το Big-Bang, τις μαύρες τρύπες, τη σκοτεινή ύλη, τα quarks, τις υπερχорδές, την θεωρία των πάντων κ.τ.λ.. Ότι ακολουθεί αποτελεί μια πρόταση για ενσωμάτωση της συμμετρίας στο αναλυτικό πρόγραμμα του Λυκείου σ' ένα επίπεδο όπου οι εισαγόμενες έννοιες της συμμετρίας, οι οποίες σε πολλές περιπτώσεις συνδέουν τη φυσική με την αστροφυσική, τη χημεία και τη βιολογία, θα γίνεται χωρίς να απαιτείται η χρήση ανώτερων μαθηματικών αλλά μόνο της στοιχειώδους γεωμετρίας, της άλγεβρας με τους μιγαδικούς και την απλή τριγωνομετρία. Γίνεται ακόμη προσπάθεια να παρουσιασθούν οι αρχές της σύγχρονης φυσικής που σχετίζονται με τη συμμετρία με απλό και επαγωγικό τρόπο.

Ξεκινώντας τη συζήτηση για τη συμμετρία σαν εργαλείο στη διδακτική των φυσικών επιστημών στο Λύκειο, πρέπει να επισημάνουμε ότι η αίσθηση της συμμετρίας εμφανίζεται σαν μια έμφυτη ανθρώπινη ιδιότητα. Έρευνα που έχει γίνει απέδειξε ότι η αντίληψη της ομορφιάς στο ανθρώπινο πρόσωπο, ανεξάρτητα από φυλή και χρώμα, ταυτίζεται με την συμμετρία και η ασχήμια με το βαθμό ασυμμετρίας που παρουσιάζουν τα χαρακτηριστικά του προσώπου.

Η συμμετρία είναι μια από τις πιο γοητευτικές έννοιες και η έκφρασή της στη φύση, είναι ίσως το πιο εκπληκτικό και γοητευτικό χαρακτηριστικό του φυσικού μας κόσμου. Ο κόσμος που μας περιβάλλει είναι γεμάτος από σχέδια επαναλαμβανόμενα στο χώρο και στο χρόνο. Η συμμετρία θα μπορούσε να πει κανείς ότι αποτελεί μια θεμελιώδη οργανωτική αρχή τόσο στη φύση όσο και στον πολιτισμό. Η ανάλυση της συμμετρίας επιτρέπει την κατανόηση της οργάνωσης ενός σχεδίου και παρέχει ένα μέσο για την κατανόηση τόσο του **αναλλοίωτου** όσο και της **αλλαγής**.

Πιστεύουμε ότι η συμμετρία αν υιοθετηθεί ως εργαλείο στη διδακτική της φυσικής στο Λύκειο, θα αποδειχθεί ότι είναι ένας τρόπος για την πρόκληση του ενδιαφέροντος των μαθητών στο μάθημα αυτό, στην αρχή, και ο συνδετικός κρίκος για τη σχέση μας με το ευρύτερο φυσικό περιβάλλον και τη βαθύτερη κατανόησή του, στην πορεία.

Λέξεις Κλειδιά: συμμετρία, θεώρημα Noether, συνεχείς συμμετρίες, διακριτές συμμετρίες, αρχή διατήρησης, νόμος του Νεύτωνα, Φερμιόνια, Μπозονια, κατοπτρική συμμετρία.

Conference Theme: Special Issues in Science Teaching and Learning

Educational Level: Tertiary Education, Upper Secondary

Paper Classification: Position Paper (Theoretical, Philosophical)

**Abstract:** Symmetry is a crucial concept in Mathematics, Physics, Chemistry and Biology. Its definition is also applicable to art, music, architecture and innumerable other patterns designed by nature, in both animate and inanimate forms. In modern physics, however, symmetry may be the most crucial concept of all. Fundamental symmetry principles dictate the basic laws of physics, control the structure of matter and define the fundamental forces in nature.

Yet a sampling of the crucial role of symmetry in physics for the beginning students, is at odds with the practice of complete omission of this beautiful and fundamental topic which is missing not only from the high-school curriculum, but also from the standard first year university, calculus based, physics courses.

The profound relevance of symmetry principles in the understanding of nature is largely a 20th century revelation, beginning with Einstein's view of physics. The absence of symmetry discourses in our teaching of physics today represents a throw back to a 19th century perspective which seems to permeate the "new" curriculum.

We believe that students are attracted to and motivated by the modern "sexy" highly visible end-products of modern physics, e.g. semiconductors, lasers, superconductors, superfluids, the formation of galaxies, big-bang, black holes, dark matter, quarks and superstrings.

What follows is a description of a high-school module that introduces the key ideas of symmetry which in many examples, tie physics to astrophysics, biology and chemistry. This involves no calculus but a basic knowledge of geometry and high-school algebra( with complex numbers and trigonometry) is prerequisite . This also attempts to reveal some of the modern thinking in a conversational way.

Keywords: symmetry, conservation law, Newton's law, fermion, boson.

## Τι είναι συμμετρία

Από τους πολλούς διαφορετικούς τρόπους που μπορεί κανείς να περιγράψει τη συμμετρία, σταδιακά καταλήγει σ' αυτό που είναι και ο επιστημονικός ορισμός της. **“Συμμετρία είναι η ιδιότητα ενός αντικειμένου ή συστήματος, να παραμένει αναλλοίωτο μετά από ένα σύνολο αλλαγών (μετασχηματισμών)”**

Τις πιο χαρακτηριστικές περιπτώσεις συμμετρίας που συναντάμε στη φύση, μπορούμε να τις κατατάξουμε σε δυο μεγάλες κατηγορίες οι οποίες από μαθηματική άποψη αποτελούν τελείως διαφορετικά είδη συμμετριών.

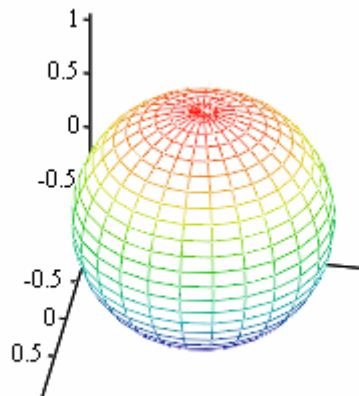
**A) Συνεχείς συμμετρίες (π.χ. Περιστροφές)**

**B) Διακριτές συμμετρίες (π.χ. Ανακλάσεις)**

## A. Συνεχείς συμμετρίες

Ας ξεκινήσουμε εξετάζοντας το χώρο και το χρόνο. Ο χώρος και ο χρόνος περιέχουν συμμετρίες σχεδόν προφανείς αλλά λεπτές και ακόμη μυστηριώδεις. Ο χώρος και ο χρόνος αποτελούν τη σκηνή, όπου το έργο της δυναμικής των πολύπλοκων φυσικών συστημάτων εξελίσσεται. Εν τούτοις κατά ένα βαθύτερο τρόπο, οι συμμετρίες του χώρου και του χρόνου ελέγχουν τη δυναμική των συστημάτων όπως θα δούμε. Η αλληλεξάρτηση ανάμεσα στη συμμετρία από τη μια μεριά και τη δυναμική από την άλλη αποτελούν την έκφραση της πιο σημαντικής λογικής συνεπαγωγής, ή **“Θεώρηματος”**, που έχουμε για τη φύση και τους νόμους της φυσικής και ονομάζεται **“θεώρημα Noether”**. Σύμφωνα με το θεώρημα αυτό, **“Για κάθε συνεχή συμμετρία των νόμων της φυσικής πρέπει να υπάρχει ένας νόμος διατήρησης και αντιστρόφως”**. Οι νόμοι διατήρησης, όπως της ενέργειας, της ορμής και της στροφορμής που διδάσκονται στο Λύκειο, μαθαίνουμε τώρα ότι πηγάζουν από αρχές συμμετρίας πολύ βαθύτερες από τους νόμους του Νεύτωνα.

**A<sub>1</sub> ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΣ:** Μια σφαίρα (η σφαιρικό σύστημα) μπορεί να περιστραφεί περί οποιονδήποτε άξονα διέρχεται από το κέντρο του. Ένας κύλινδρος μπορεί να περιστραφεί κατά οποιαδήποτε γωνία, αλλά μόνο περί τον ειδικό άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Ο κύλινδρος έχει την ίδια συμμετρία με τον κύκλο. Μπορούμε να περιστρέψουμε ένα κύκλο περί την διάμετρό του και αυτή είναι μια πράξη συμμετρίας. Η γωνία περιστροφής που εκλέγουμε μπορεί να είναι οποιαδήποτε π.χ.  $23.7^\circ$ . Μετά από αυτή την περιστροφή (που συχνά ονομάζεται **“πράξη”** ή **“μετασχηματισμός”**) η εμφάνιση της σφαίρας ή του κύκλου δεν θα έχει αλλάξει. Θα λέμε ότι η σφαίρα ή ο κύκλος είναι **“αναλλοίωτος”** στο **“μετασχηματισμό”** της περιστροφής περί αυτόν τον άξονα κατά γωνία  $23.7^\circ$ . Κάθε μαθηματική περιγραφή που χρησιμοποιούμε για τη σφαίρα παραμένει **“αναλλοίωτη”** σ' αυτή την περιστροφή. Προφανώς υπάρχουν άπειρες πράξεις συμμετρίας, που μπορούμε να εκτελέσουμε πάνω σ' ένα κύκλο ή μια σφαίρα. Επί πλέον δεν υφίσταται **“ελάχιστη μη μηδενική”** περιστροφή που μπορούμε να εκτελέσουμε. Μπορούμε να κάνουμε **“άπειροστές”** περιστροφές του κύκλου ή της σφαίρας, γι' αυτό λέμε, ότι η συμμετρία του κύκλου ή της σφαίρας είναι **“συνεχής”**



Ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη στροφορμική συμμετρία, σύμφωνα με το θεώρημα της Neother, είναι η:

**Αρχή διατήρησης της στροφορμής.**

### Παράδειγμα 1

Έστω μια μαγνητική βελόνα, την οποία διατηρούμε στη διεύθυνση Ανατολής-Δύσης. Μόλις αφήσουμε ελεύθερη την μαγνητική βελόνα αυτή στρέφεται και μετά από αρκετές ταλαντεύσεις παίρνει τη διεύθυνση Βορρά-Νότου. Αυτό οφείλεται στην επίδραση στη βελόνα του μαγνητικού πεδίου της γης. Αν δεν ξέραμε ότι υπάρχει το μαγνητικό πεδίο της γης θα αποδίδαμε την περιέργη αυτή συμπεριφορά της βελόνας στην ανισοτροπία του χώρου γύρω από τη βελόνα. Δηλαδή το γεγονός ότι σε μια περιοχή του χώρου απομονωμένη από εξωτερικές επιδράσεις, η στροφορμή ενός σώματος ή συστήματος δεν μεταβάλλεται αυθόρμητα είναι άμεση συνέπεια της ισοτροπίας του χώρου όπου αυτό βρίσκεται.

**A<sub>2</sub> ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ:** Ένα φυσικό σύστημα μπορεί απλά να μετατοπιστεί από τη μια θέση στην άλλη στο χώρο. Αυτό ονομάζεται **“χωρική μετατόπιση”**

Θεωρούμε ένα κανόνα, μήκους ενός μέτρου. Τον μετακινούμε ελεύθερα στο χώρο. Αλλάζουν οι ιδιότητές του καθώς εκτελούμε αυτή τη μεταφορά; Προφανώς όχι! Το υλικό, τα άτομα, η διάταξή τους σε μόρια στο υλικό του κανόνα, κ.λ.π. δεν αλλάζουν κατά κανένα εμφανή τρόπο καθώς μεταθέτουμε τον κανόνα. Αυτό είναι συμμετρία, είναι μια δήλωση ότι οι νόμοι της φυσικής είναι συμμετρικοί στις μεταθέσεις του συστήματος στο

χώρο. Κάθε “εξίσωση” που γράφουμε σχετικά με quarks, λεπτόνια, άτομα, μόρια, τάσεις, μέτρα ελαστικότητας, ηλεκτρική αντίσταση, κ.λ.π. για τον κανόνα μας πρέπει να είναι **αναλλοίωτη** στη μεταφορά στο χώρο.

Τώρα έρχεται το εκπληκτικό συμπέρασμα του θεωρήματος της Neother: Ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη μεταφορική συμμετρία στο χώρο, είναι η:

**Αρχή διατήρησης της ορμής.**

#### Παράδειγμα 2

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα δύο μαζών συνδεδεμένων με ένα ελατήριο όπως στο σχήμα, απομονωμένο από κάθε άλλη επίδραση. Είναι προφανές ότι όπου και όπως και να τοποθετήσουμε το σύστημα αυτό η θέση του και η τάση του ελατηρίου δεν θα αλλάξει. Τι θα υποθέσουμε όμως αν μετακινώντας το σε μια τυχαία θέση διαπιστώσουμε ότι αφενός το ελατήριο τεντώνεται, και αφετέρου το σύστημα επιταχύνεται?

Η μόνη δυνατή ερμηνεία που μπορούμε να δώσουμε στην παράξενη αυτή συμπεριφορά του συστήματος στη νέα του θέση είναι ότι στην περιοχή της νέας του θέσης υπάρχει κάποια μάζα που έλκει με διαφορετική δύναμη τις δύο μάζες  $M$  και  $m$  (παλιρροϊκή) με αποτέλεσμα το ελατήριο να τεντώνεται και το σύστημα να επιταχύνεται, δηλαδή η περιοχή αυτή του χώρου έπαψε να είναι ομογενής. Το γεγονός δηλαδή ότι το σύστημά μας δεν αλλάζει κατάσταση και δεν επιταχύνεται (διατηρεί σταθερή ορμή) ανεξάρτητα από τη θέση που βρίσκεται στο χώρο οφείλεται στο ότι δεχόμαστε ότι ο χώρος όπου το εξετάζουμε είναι ομογενής.

**A<sub>3</sub> ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ:** Παρατηρούμε ότι, το μήκος του κανόνα μπορεί να μετρηθεί τώρα, αύριο ή χθες, υπό την προϋπόθεση ότι τα άκρα του μετρούνται ταυτόχρονα και εφόσον ο κανόνας δεν έχει υποστεί καμιά αλλοίωση, τότε το αποτέλεσμα της μέτρησης θα είναι το ίδιο. Οι νόμοι του Νεύτωνα ξέρουμε ότι δεν κάνουν διάκριση ανάμεσα στο παρελθόν και στο μέλλον και ο χρόνος μπορεί αδιάκριτα να ρέει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση.

Εδώ βλέπουμε μια άλλη σημαντική συμμετρία της φύσης: **Οι νόμοι της φυσικής είναι αναλλοίωτοι στη μεταφορά στο χρόνο.**

Βάσει του θεωρήματος της Neother, ο νόμος διατήρησης, που αντιστοιχεί στη χρονική μεταφορική συμμετρία, είναι η:

**Αρχή διατήρησης της ενέργειας.**

#### Παράδειγμα 3

Υποθέστε ότι έχουμε μια υδατόπτωση με τη οποία παράγουμε ηλεκτρική ενέργεια. Αν υποθέσουμε ότι οι φυσικοί νόμοι δεν είναι αναλλοίωτοι στη μεταφορά στο χρόνο, μπορούμε να δεχθούμε ότι ο εκθέτης στον παρονομαστή του νόμου της παγκόσμιας έλξης δεν είναι σταθερά ο 2 αλλά τις μονές ημέρες του μήνα είναι ο 3. Αυτό θα είχε ως συνέπεια να αντλούμε το νερό πίσω στη δεξαμενή τις μονές ημέρες ξοδεύοντας λιγότερη ενέργεια απ’ όση θα κερδίζαμε αφήνοντάς το να πέσει στην στροβιλογεννήτρια τις ζυγές ημέρες του μήνα. Βλέπουμε όμως έτσι ότι η παραδοχή του μη αναλλοίωτου των φυσικών νόμων στην μεταφορά στο χρόνο είχε σαν άμεσο αποτέλεσμα τη μη διατήρηση της ενέργειας.

Από τα μέχρι τώρα εκτεθέντα προκύπτει το ακόλουθο συμπέρασμα “**Οι νόμοι της φυσικής, και συνεπώς όλες οι εξισώσεις που τους περιγράφουν, είναι αναλλοίωτες στις μεταφορές τόσο στο χώρο, όσο και στο χρόνο.**”

Αυτό είναι ένα πειραματικό γεγονός. Πράγματι η σταθερότητα των βασικών παραμέτρων της φυσικής σε τεράστια χρονικά διαστήματα και χωρικές αποστάσεις έχει παγιωθεί τόσο από αστρονομικές όσο και από γεωλογικές παρατηρήσεις με ακρίβεια που ξεπερνά το  $10^{-8}$ .

Αυτές οι μεταφορικές και στροφικές συμμετρίες του χώρου και του χρόνου δεν ήταν ανάγκη να υπάρχουν. Το ότι υπάρχουν είναι αντανάκλαση του τρόπου που είναι φτιαγμένος ο κόσμος. Μαθαίνουμε δηλαδή μερικές από τις πραγματικές ιδιότητες των εννοιών του χώρου και του χρόνου που χρησιμοποιούμε για να περιγράψουμε τον κόσμο. Οι ιδιότητες αυτές είναι η **ομογένεια** και η **ισοτροπία**.

Βέβαια σε κάποιους ίσως να φαίνεται παράξενο το να τονίζουμε τις ιδιότητες αυτές του χώρου και του χρόνου μια και στο μυαλό πολλών ο χώρος και ο χρόνος δεν έχουν ούτε υλική υπόσταση ούτε δομή και έτσι φαίνεται σαν να οροθετούμε την **ομοιομορφία** του **τίποτα**. Όμως δεν είναι έτσι. Σήμερα όλοι ξέρουμε ότι ο χώρος κάθε άλλο παρά κενό είναι και ότι ο χρόνος σχετίζεται με τον χώρο γι αυτό οι προηγούμενες ιδιότητές τους αποκτούν ιδιαίτερα σημασία.

Στη συνέχεια θα προσπαθήσω να παρουσιάσω μερικές άμεσες εφαρμογές των προηγούμενων συμμετριών σε χαρακτηριστικές περιπτώσεις της φυσικής που διδάσκεται στο Λύκειο.

**Περίπτωση Α! Ο Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα** συνέπεια της μεταφορικής συμμετρίας του χώρου.

Δεχόμαστε ότι, στον άδειο από ύλη, υπό τη συνήθη της μορφή χώρο, ισχύει η **συμμετρία** μετάθεσης. Συνεπώς καμιά εκδήλωση της κίνησης ενός απομονωμένου συστήματος δεν εξαρτάται από τη θέση του κέντρου μάζας του, ή, με άλλα λόγια οι νόμοι της κίνησης είναι **αναλλοίωτοι** ως προς τη θέση του κέντρου μάζας. Συνεπώς, το κέντρο μάζας κινείται με σταθερή ταχύτητα.



**Περίπτωση Β! Ο Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα** συνέπεια της μεταφορικής συμμετρίας του χώρου.

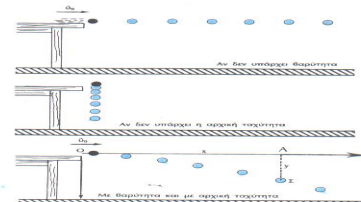
Εφόσον σύμφωνα με τον πρώτο νόμο το κέντρο μάζας απομονωμένου συστήματος κινείται με σταθερή ταχύτητα η ολική ορμή **διατηρείται** σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι, η συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν. Αυτό είναι το ίδιο με τη γνωστή διατύπωση του τρίτου νόμου.

**Περίπτωση Γ! Ο νόμος του Coulomb.** Θεωρήστε ένα σημειακό φορτίο στο κέντρο μιας υποθετικής σφαιρικής επιφάνειας και όλο αυτό το σύστημα στο κενό. Σε κάθε σημείο της επιφάνειας αυτής η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου λόγω της ομογένειας του χώρου θα έχει το ίδιο μέτρο και θα είναι επίσης κάθετη στη στοιχειώδη επιφάνεια στο σημείο αυτό γιατί έτσι μόνο διασφαλίζεται η ισοτροπία του χώρου στην περιοχή της σφαίρας.

**Περίπτωση Δ! Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης.** Η ανάπτυξη είναι ακριβώς η ίδια με αυτή της περίπτωσης Γ!

**Περίπτωση Ε! Σύνθεση ταχυτήτων.** Η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων είναι προφανές ότι προϋποθέτει τόσο την ομογένεια όσο και την ισοτροπία του χώρου.

**Περίπτωση Στ! Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού.** Θεωρήστε ένα ευθύγραμμο σύρμα απείρου μήκους διαρρεόμενο από σταθερό ρεύμα ευρισκόμενο στον άξονα υποθετικής κυλινδρικής επιφάνειας και όλο αυτό το σύστημα στο κενό. Σε κάθε σημείο της επιφάνειας αυτής η ένταση του μαγνητικού πεδίου, σύμφωνα με τον νόμο του Ampere, λόγω της ομογένειας του χώρου θα πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο. Παρατηρούμε ακόμη ότι το μαγνητικό αυτό πεδίο σ' οποιοδήποτε σημείο δεν μπορεί να έχει ακτινική συνιστώσα γιατί τότε θα έμοιαζε σαν να υπήρχαν μαγνητικά φορτία (μονόπολα) πάνω στο σύρμα αλλά ούτε και παράλληλη προς το σύρμα συνιστώσα γιατί τότε θα έπρεπε να έχει πηγές στο άπειρο. Μετά τις προηγούμενες παρατηρήσεις η μόνη αποδεκτή, συμβατή με την ισοτροπία του χώρου εικόνα για το μαγνητικό πεδίο είναι αυτή που περιγράφεται στα σχολικά βιβλία.



**Περίπτωση Ζ! Ευθύγραμμη διάδοση του φωτός.** Σύμφωνα με τον Πρώτο νόμο του Νεύτωνα ένα σωματίδιο στο οποίο δεν ασκείται δύναμη κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και αυτό είναι όπως είπαμε συνέπεια της συμμετρίας μετάθεσης και στροφής (ομογένειας και ισοτροπίας) του κενού. ε, λοιπόν, τι περισσότερο κάνει το φως; !!

**Περίπτωση Η! Νόμος της ανάκλασης του φωτός (Γωνία πρόσπτωσης = Γωνία ανάκλασης)**

Αν υποθέταμε ότι η γωνία ανάκλασης είναι διαφορετική από την γωνία πρόσπτωσης θα έπρεπε να εξηγήσουμε το λόγο που συμβαίνει κάτι τέτοιο. Υπό την προϋπόθεση όμως ότι ο χώρος δεξιά της καθέτου στο σημείο πρόσπτωσης είναι ο ίδιος με αυτόν αριστερά της και παραμένει ομογενής και ισότροπος δεν δικαιολογείται να υπάρχει διαφορά στις δύο αυτές γωνίες.

**Περίπτωση Θ! Αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός.** Αν στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις συμπεριλάβουμε και τη συμμετρία ως προς τη μετάθεση στο χρόνο είναι προφανές ότι η αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός προκύπτει αβίαστα.

Απ' όλα τα προηγούμενα παραδείγματα γίνεται φανερό, ότι πολλές αλλά συγχρόνως και θεμελιώδεις αρχές της φυσικής δεν είναι, παρά απλές συνέπειες των βασικών αρχών συμμετρίας του χώρου και του χρόνου. Εκτός όμως από αυτές τις πολύ απλές και ίσως προφανείς συμμετρίες, υπάρχουν και άλλες όχι τόσο προφανείς που όμως παίζουν καθοριστικό ρόλο στην μορφή που έχει ο κόσμος μας.

**Μια από αυτές είναι:**

**Α<sub>4</sub> ΤΟΠΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ** Η κυματοσυνάρτηση, που όπως ξέρουμε είναι μια μιγαδική συνάρτηση και περιγράφει τα σωματίδια στη κβαντομηχανική, έχει λεπτό και βαθύ νόημα και επί πλέον είναι χρήσιμη, γιατί το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της μας δίνει τη πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιό μας σε κάποιο δοσμένο σημείο στο χώρο, κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

**$|\Psi(x,t)|^2$  = Πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη θέση x, τη στιγμή t**

Δίκαια, όμως αναρωτιέται κανείς, ποια μπορεί να είναι η σημασία της μιγαδικής υπόστασης της κυματοσυνάρτησης μια και τελικά αυτό που μας ενδιαφέρει είναι το μέτρο της, δηλαδή ένας πραγματικός αριθμός; Τι θα συμβεί αν πολλαπλασιάσουμε την κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου μ' ένα μιγαδικό παράγοντα φάσης;  **$\Psi(x) \Rightarrow e^{i\theta}\Psi(x)$**

Η πιθανότητα να βρεθεί στην θέση x μετά τον πολλαπλασιασμό, είναι όση και πριν :  **$|\Psi(x)|^2 = [e^{i\theta}\Psi(x)]^2$  γιατί  $[e^{i\theta}] = 1$ .** Το προηγούμενο αποτελεί μια συνεχή πράξη συμμετρίας, της οποίας η αντίστοιχη αρχή διατήρησης, σύμφωνα με το θεώρημα της Neother είναι η:

**Αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.**

## B. Διακριτές Συμμετρίες

**Β<sub>1</sub>. ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ** Η φύση δεν ξεχωρίζει τα διαφορετικά σωματίδια του ίδιου είδους. Θα μπορούσαν συνεπώς, δυο ηλεκτρόνια ή δυο πρωτόνια ή δυο νετρόνια να αντιμετωπισθούν και το σύστημα που τα περιλαμβάνει να μείνει αναλλοίωτο. Αυτό αποτελεί εκδήλωση μιας άλλης συμμετρίας της φύσης που την ονομάζουμε συμμετρία ανταλλαγής και η οποία θα πρέπει να αφήνει τους νόμους της φυσικής αναλλοίωτους. Σε κβαντομηχανικό επίπεδο αυτό μεταφράζεται λέγοντας ότι η κυματοσυνάρτηση του συστήματος μετά την ανταλλαγή, πρέπει να μη διακρίνεται από την αρχική, δηλαδή:  **$\Psi(x_2, x_1, t) = \pm \Psi(x_1, x_2, t)$**

Το ότι η κυματοσυνάρτηση μετά την ανταλλαγή θέσης των δύο σωματιδίων ισούται με + ή - την αρχική, οφείλεται στο ότι η πιθανότητα εύρεσης του κάθε σωματιδίου είναι το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της, και έτσι δεν μας ενδιαφέρει το πρόσημο. Τα πρόσημα όμως έχουν μια βαθύτερη σημασία. Το + πηγαίνει με την κατηγορία των σωματιδίων που ονομάζονται **Μποζόνια** και σ' αυτά ανήκουν όσα χαρακτηρίζονται από ακέραιο σπιν (0,1,2,...), όπως τα φωτόνια, ενώ το - πηγαίνει με την κατηγορία των σωματιδίων που ονομάζονται **Φερμιόνια**, και σ' αυτά ανήκουν όσα χαρακτηρίζονται από ημιακέραιο σπιν, (1/2, 3/2, 5/2, ...), όπως τα



ηλεκτρόνια. Η βασική διαφορά ανάμεσα στις δύο αυτές κατηγορίες σωματιδίων είναι ότι δυο ή περισσότερα μποζόνια μπορούν να βρίσκονται στο ίδιο σημείο του χώρου την ίδια χρονική στιγμή, δηλαδή για τα μποζόνια ισχύει:

**(α)  $\Psi(x_2=x, x_1=x, t) \neq 0$  Για ΜΠΟΖΟΝΙΑ**

Επομένως τα μποζόνια μπορούν να συμπυκνώνονται σε σύμφωνες καταστάσεις. Αυτές οι συμπυκνώσεις μποζονίων που ονομάζονται **Συμπυκνώσεις Μπόζε-Αϊνστάιν**, εμφανίζονται σε πολλές περιπτώσεις στη φύση και αποτελούν ένα από τα πολλά θαυμαστά της κβαντομηχανικής.

**τα πούλια στο τάβλι συμπεριφέρονται σαν μποζόνια!!!**



Αντίθετα για τα φερμιόνια ισχύει:

**(β)  $\Psi(x_2=x, x_1=x, t) = 0$  Για ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ**

**τα πούλια στο σκάκι συμπεριφέρονται σαν φερμιόνια!!!**



Η σχέση (β) συνεπάγεται ότι δεν είναι δυνατόν, δύο ίδια φερμιόνια (δηλαδή με το ίδιο σπιν) να βρίσκονται στο ίδιο σημείο του χώρου, ή αλλιώς δυο όμοια φερμιόνια δεν μπορούν να καταλαμβάνουν την ίδια κβαντική κατάσταση. Αυτό δεν είναι τίποτε άλλο απ' αυτό που ξέρουμε ως **απαγορευτική αρχή του Pauli**, και που τελικά αποδεικνύεται ότι δεν είναι τίποτα περισσότερο από την συμπεριφορά που επιβάλλεται στα φερμιόνια λόγω βασικών συμμετριών του φυσικού κόσμου. Αυτή η ιδιότητα των φερμιονίων και ιδιαίτερα των ηλεκτρονίων, είναι υπεύθυνη για τη **σταθερότητα της ύλης**, τη **συγκρότηση των ατόμων** και τη **κατασκευή του περιοδικού πίνακα**.

Η προφανής αδυναμία μας να παρατηρήσουμε με εμφανή τρόπο, κάποια συνέπεια της συμμετρίας ανταλλαγής σε κάποιο από τα αντικείμενα και τις διεργασίες του περιβάλλοντός μας, οφείλεται στην πολυπλοκότητά τους, που επιβάλλει στα διάφορα σωματίδια που τα απαρτίζουν, να βρίσκονται τόσο απομονωμένα μεταξύ τους, ώστε άπειρες διαφορετικές καταστάσεις να είναι διαθέσιμες, με αποτέλεσμα να μην βρίσκονται ποτέ στην ανάγκη να μοιραστούν την ίδια κβαντική κατάσταση περισσότερα από ένα.

**B<sub>2</sub>. ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ (P):** Όταν βλέπουμε το είδωλο οποιουδήποτε πράγματος στον καθρέφτη δεν μπορούμε να το ξεχωρίσουμε από το πραγματικό αντικείμενο. Μπορούμε να πούμε, ότι, κάθε σημείο στα αριστερά του αντικειμένου, απεικονίζεται σ' ένα σημείο στα δεξιά του ειδώλου και αντιστρόφως. Από φυσική άποψη το αντικείμενο είναι συμμετρικό κάτω από αυτόν το μετασχηματισμό. Συμμετρία ανάκλασης συναντάται σ' όλη τη φύση. Το ανθρώπινο σώμα, ο ανθρώπινος εγκέφαλος σε μεγάλο βαθμό παρουσιάζουν πλευρική κατοπτρική συμμετρία. Πολλά οργανικά μόρια εμφανίζονται σε δεξιές και αριστερές μορφές που είναι δηλαδή, κατοπτρικά συμμετρικές (**στερεοϊσομερείς**).

Το ενδιαφέρον είναι ότι τα έμβια όντα ξεχωρίζουν τα δεξιόστροφα από τα αριστερόστροφα μόρια, για παράδειγμα όλα τα αμινοξέα όπως και τα σάκχαρα που παράγουν είναι αριστερόστροφα, η κατανάλωση δε των κατοπτρικών τους μορφών είναι είτε ανωφελής είτε επιβλαβής. Φαίνεται δηλαδή ότι στα έμβια όντα παραβιάζεται η **κατοπτρική συμμετρία (ή πάριτυ)**, αυτό σήμερα πιστεύουμε ότι αποτελεί τυχαίο αποτέλεσμα της εξέλιξης, αν και αποτελούσε βαθιά ριζωμένη πεποίθηση ότι δεν υπάρχει φυσικό (ή βιολογικό) σύστημα ή φυσική διεργασία, της οποίας η κατοπτρική εικόνα δεν είναι επίσης μια πιθανή (μη διακρίσιμη) διεργασία ή σύστημα.

Και ενώ τα πάντα έδειχναν ότι το αναλλοίωτο στον κατοπτρισμό αποτελεί παγκόσμιο νόμο, το 1957, οι T.D.Lee και C.N.Yang βρήκαν ότι δεν ισχύει σε διαδικασίες που περιλαμβάνουν την ασθενή αλληλεπίδραση, όπως η ραδιενέργεια. Αυτό αποτέλεσε μια νέα επαναστατική ιδέα, **“ότι δηλαδή οι δυνάμεις και τα φαινόμενα στη φύση μπορεί να διαθέτουν διαφορετικά επίπεδα συμμετρίας”**

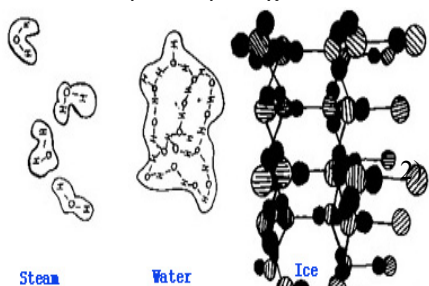
**B<sub>3</sub>. ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ (T):** συμμετρία αυτή εξετάζει την επίδραση της αντιστροφής της φοράς της ροής του χρόνου στους νόμους της φυσικής. Οι νόμοι του Νεύτωνα όπως είπαμε, δεν κάνουν διάκριση ανάμεσα στο παρελθόν και στο μέλλον και ο χρόνος μπορεί αδιάκριτα να ρέει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Στα απλά συστήματα, όπως είναι τα σωματίδια και οι αντιδράσεις τους, φαίνεται ότι η συμμετρία αυτή ισχύει. Στα σύνθετα όμως συστήματα, όπως οι άνθρωποι και τα πράγματα που μας περιβάλλουν, είναι προφανές ότι η ροή του χρόνου έχει συγκεκριμένη κατεύθυνση. Όλοι γερνάμε και τελικά πεθαίνουμε και όλα τα πράγματα σταδιακά αλλοιώνονται και τελικά χαλάνε. Η αναπόφευκτη ερώτηση είναι, γιατί τα σύνθετα συστήματα εμφανίζουν προτιμητέα διεύθυνση στο χρόνο ενώ τα στοιχειώδη συστατικά τους όχι ;

**B<sub>4</sub>. Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ(C):** Είναι ένα άλλο παράδειγμα διακριτής συμμετρίας. Αν, π.χ. είχαμε ένα άτομο υδρογόνου, μετά την εκτέλεση της αντιστροφής του φορτίου, θα είχαμε ένα αρνητικά φορτισμένο πυρήνα και ένα θετικά φορτισμένο περιφερόμενο ηλεκτρόνιο. Το αναλλοίωτο σ' αυτή τη περίπτωση θα σήμαινε, ότι και τα δυο συστήματα έχουν τις ίδιες φυσικές ιδιότητες. Το 1957 επιβεβαιώθηκε πειραματικά, ότι και αυτή η συμμετρία παραβιάζεται στα φαινόμενα που περιλαμβάνουν την ασθενή αλληλεπίδραση, ταυτόχρονα όμως δημιουργήθηκε η ελπίδα ότι η συνδυασμένη δράση και των δυο αυτών συμμετριών, δηλαδή της P και της C, θα αποτελούσε μια νέα πιο γενικευμένη και βαθύτερη συμμετρία, που θα συνέδεε το χώρο με το ηλεκτρικό φορτίο. Οι ελπίδες όμως σύντομα διαψεύστηκαν. Το 1964 σ' ένα σπουδαίο πείραμα που περιλάμβανε την ασθενή αλληλεπίδραση φάνηκε ότι η συμμετρία PC δεν διατηρείται. Με άλλα λόγια η φυσική των διεργασιών που περιλαμβάνουν την ασθενή αλληλεπίδραση δεν είναι αναλλοίωτη στη συνδυασμένη δράση της

συμμετρίας PC. Η βαθύτερη αιτία αυτής της παραβίασης της συμμετρίας βρίσκεται στην αιχμή της φυσικής έρευνας τα τελευταία 30 χρόνια. Δεν ξέρουμε ακόμη πως αυτή θα καταλήξει, αλλά έχουμε μάθει ότι αν η συμμετρία PC ήταν μια καθολική συμμετρία, ο κόσμος μας θα ήταν τελείως διαφορετικός, ίσως τα άστρα και οι γαλαξίες όπως τους ξέρουμε να μην υπήρχαν. Το πιο σημαντικό πάντως είναι, ότι σήμερα αποτελεί μια παγιωμένη πεποίθηση της κβαντομηχανικής ότι η συνδυασμένη δράση των συμμετριών C, P, και T πρέπει να είναι μια απόλυτη συμμετρία. Αποδεικνύεται ότι αν η CPT δεν ήταν απόλυτη συμμετρία τότε η πιθανότητα οτιδήποτε να συμβεί κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες θα ήταν είτε μικρότερη είτε μεγαλύτερη της μονάδος πράγμα παράλογο. Τελευταία σε εκλεπτυσμένα πειράματα με ουδέτερα K- μεσόνια επιβεβαιώθηκε άμεσα η παραβίαση της συμμετρίας T, που σημαίνει ότι βαθιά μέσα στους νόμους της φυσικής υπάρχει μια θεμελιώδεις πληροφορία που καθορίζει μια προτιμητέα κατεύθυνση στη ροή του χρόνου. Εν τούτοις η συμμετρία T παραβιάζεται, όταν ο συνδυασμός CP παραβιάζεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε ο συνδυασμός CPT να διατηρείται. Συνεπώς σήμερα περιμένουμε η CPT να είναι μια τέλεια συμμετρία.

Απ' όλα τα προηγούμενα προκύπτει ότι στη φύση η συμμετρία είναι ατελής παρόλο που οι μαθηματικοί την αντιμετωπίζουν σαν ιδανική. Στην φυσική όπως και στην τέχνη φαίνεται ότι η προσέγγιση της συμμετρίας μάλλον παρά η τελειότητά της διεγείρει το πνεύμα και ευχαριστεί το μάτι. Η απουσία της συμμετρίας εκεί που θα την περίμενε κανείς, αυτό που με άλλα λόγια ονομάζουμε **σπάσιμο της συμμετρίας** είναι εκείνο που προκαλεί ιδιαίτερα το ενδιαφέρον και γοητεύει τόσο τον ανήσυχο ερευνητή της φύσης όσο και τον απλό φιλότεχνο.

Πολλές φορές βρίσκουμε καταστάσεις, που ενώ είναι εσωτερικά συμμετρικές, κατά κάποιο τρόπο οδηγούν σε μη συμμετρικό αποτέλεσμα. Αυτό ονομάζεται **αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας**. Για παράδειγμα, όταν στρίψουμε ένα νόμισμα πετώντας το στον αέρα, αυτό έχει ίσες πιθανότητες να έρθει κορώνα ή γράμματα, καθώς στριφογυρίζει στον αέρα. Μ' άλλα λόγια, όσο διάστημα το νόμισμα βρίσκεται στον αέρα, έχει ίσες πιθανότητες να έρθει κορώνα, ή, γράμματα. Εν τούτοις, μόλις το νόμισμα πέσει, η συμμετρία σπάει. Ένα άλλο παράδειγμα, όπου σπάει αυθόρμητα η συμμετρία, είναι μια μαγνητισμένη σιδηρομαγνητική ράβδος, η οποία, αν θερμανθεί πάνω από τη θερμοκρασία Curie, εμφανίζει σφαιρική συμμετρία (δεν υπάρχει προτιμητέα διεύθυνση). Όταν όμως την ψήξουμε, γίνεται μόνιμος μαγνήτης και εμφανίζει προτιμητέα διεύθυνση, αυτή που συμπίπτει με την διεύθυνση B-N. Στην προηγούμενη περίπτωση, λέμε, ότι έχουμε αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας με ταυτόχρονη αλλαγή φάσης. Ένα άλλο, ακόμη πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα αυθόρμητου σπασίματος της συμμετρίας, είναι η αλλαγή φάσης του νερού, από την υγρή στην στερεά κατάσταση. Η υγρή και η στερεά κατάσταση του νερού έχουν δύο ουσιαστικές διαφορές.



της αλλαγής φάσης. Η συμμετρία ενός συστήματος, μπορεί να σπάσει αυθόρμητα, με ταυτόχρονη αποβολή ή απορρόφηση ενέργειας.

## Επίλογος

Τελειώνοντας, μπορούμε να πούμε ότι, εκείνο που χαρακτηρίζει ως κοινό γνώρισμα μεταξύ τους, πράγματα τόσο διαφορετικά, όπως οι ιοί, ο ηλεκτρομαγνητισμός, τα περσικά χαλιά και η μουσική, είναι η συμμετρία και το αυθόρμητο σπάσιμό της είναι αυτό που τους δίνει δύναμη και ζωντάνια.

Σήμερα οι φυσικοί αναζητούν με οδηγό τις συμμετρίες της φύσης την υποδομή των υποατομικών σωματιδίων σε μια κλίμακα τόσο μικρότερη σε σχέση με το άτομο, όσο το άτομο είναι μικρότερο σε σχέση με τον άνθρωπο. Τα αποτελέσματα της αναζήτησης αυτής μπορεί να είναι τόσο θεμελιώδη και εντυπωσιακά, ώστε θα μπορούσαν να προκαλέσουν το ενδιαφέρον της κοινής γνώμης γενικότερα και των μαθητών ειδικότερα, όπως έγινε με την αποκωδικοποίηση του DNA από τους βιολόγους. Ας σκεφτούμε ότι αυτό που αναζητά και πλησιάζει να κατανοήσει η έρευνα στη φυσική σήμερα, είναι ο γενετικός κώδικας της ίδιας της ύλης. Τι άραγε θα μπορούσε να είναι πιο θεμελιώδες και εντυπωσιακό;

**Στόχος μας** είναι να κάνουμε τους μαθητές να τα δουν υπό κοινό πρίσμα και να μην φοβηθούν να τα μελετήσουν ξεκινώντας από απλές σκέψεις, *όπως όταν ο Νεύτωνας διερωτήθηκε γιατί ένα μήλο πέφτει ευθύγραμμα ενώ η Σελήνη κινείται κυκλικά!!!*

## Βιβλιογραφία

1. R. P. Feynman: Lectures in Physics
2. R. P. Feynman: The Character of the Physical Law
- 3) R. Resnick-D. Halliday: Physics

- 4) St. Hawking: Το Χρονικό του Χρόνου
3. K. W. Ford: Classical and Modern Physics
4. E. F. Taylor-J. A. Wheeler: Space- Time Physics
5. H. Fritzsch: Quarks(The Stuff of Matter)
6. P. C. W. Davies- J. Brown: Superstrings (A Theory of Everything)
7. M. A. Rothman: Discovering the Natural Laws
8. L. I. Schiff: Quantum Mechanics
9. A. Messiah: Quantum Mechanics
10. L. V. Tarasov: Basic Concepts of Quantum Mechanics
11. G. Joos: Theoretical Physics
12. Γ. Θ. Καλκάνης- Δ. Ι. Κωστόπουλος: ΦΥΣΙΚΗ (Από το μικρόκοσμο στο Μακρόκοσμο)
13. F. A. Jenkins- H. E. White: Fundamentals of Optics.
14. A. N. Matveev: Optics
15. B. L. Ivanov: Fundamentals of physics
16. L. M. Falicov: Group Theory and its Physical Applications
17. R. K. Adair: Concepts in Physics
18. A. N. Matveev: Mechanics and Theory of Relativity
19. [http://matjphysics.physics.ktf.se/sym/sym\\_histor.hmti](http://matjphysics.physics.ktf.se/sym/sym_histor.hmti)
20. <http://www.upenn.edu/almanac/v43/n35/susy.html>